

地盤変形と慣性力を同時に受ける杭基礎の 損傷低減のための最適杭径に関する 基礎的研究

齊藤正人¹

¹正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255)
E-mail:saity@post.saitama-u.ac.jp

強震時、杭基礎は慣性力のみならず、地盤の強制変形により大きく損傷を受けることが既往の研究により明らかにされている。著者はこれまで地盤変形のみによって損傷を受ける杭基礎について理論的な考察を行い、杭先端と杭頭における曲げひずみを極大化させる杭径（不適径）が存在することを明らかにした。本研究では、さらに実際の条件として、慣性力と地盤変形を同時に受ける杭基礎を対象に、杭に生じる曲げひずみと杭径寸法の関係について検討した。その結果、地盤変形と慣性力が杭体に及ぼす相対的な影響度合いの違い等により、杭頭近傍に生じる曲げひずみを極小化する最適杭径が存在し得ること、そして杭径を最適杭径に近づけることで、杭体の損傷を大幅に低減できる可能性を示した。

Key Words: kinematic bending, kinematic interaction, pile foundations, seismic design

1. はじめに

近年の耐震設計においては、軟弱地盤に埋設される杭基礎について、慣性力のみならず、地盤変形の影響を考慮した耐震照査が実施される場合が多い。これは、地盤変形が杭に及ぼす影響とその重要性について、過去の地震被害や地震観測において報告されてきたこと、また数多くの解析的・実証的研究により、それらの現象解明が進展したことによるものと考えられる^{1)~15)}。しかし、設計実務においては未解明の点が未だ幾多も残されている¹⁶⁾。著者はこれまでに、地盤の強制変形を受ける杭の杭径に最適解は存在するのかというテーマを対象とした検討を進めてきた。ここで最適解とは、杭体に生じる曲げひずみを最小化、もしくは極小化させる杭径（最適杭径）を意味する。

一般に、杭本数や杭径寸法などの杭諸元は、地盤条件、施工環境、支持力などの観点から設計計画される。そして、所要の安全性、使用性、耐久性に対して照査を行い、最終的な杭諸元が確定される。その際、小口径の杭を多数用いて杭本数を増やす方式、

大口径の杭を少数用いる方式、あるいはその中間的な方式を採用することが考えられる。立地条件によりフーチング幅に規制が掛かることで、そうした方式の選択が制約される可能性はある。しかし一般に、方式の採用には自由度があり、しかもその採用を決定付ける物理的根拠は明確でないのが現状である。そうした背景において、もし杭径に最適解が存在することになれば、杭径を最適杭径に可能な限り近づけて、杭本数を決定付けることが可能となる。あるいは耐震照査の段階において、杭の変形性能が要求性能を満足できない場合、鉛直支持などの安全性を確保しながら杭径を最適杭径に近づければ、杭の損傷を抑制することができるであろう。このように、杭径の最適解を把握することは、杭基礎構造物の耐震設計において非常に重要な研究課題である。

これまでに著者は、一様弾性地盤中の単杭を対象に、地盤変形のみの影響を受ける杭体の曲げひずみと杭径の関係を、理論的考察により明らかにした¹⁷⁾。その結果、曲げひずみを極小化させるような最適杭径はなく、その代わりに、曲げひずみを最大にする不適な径（不適径）が存在することを明らかにした。

この検討では、地盤変形のみを外力の対象とし、その外力を受ける杭体の基礎的特性を理解する上で有用な知見が得られている。しかし、設計実務では、地盤変形のみを外力の対象とすることは稀である。なぜなら、地震時における杭基礎は、通常、上部構造物の慣性力を受けるからである。そのため、「地盤変形を受ける杭の杭径に最適解は存在するか」というテーマには、実際の問題として、上部構造物からの慣性力という外力条件の付与が必至となる。

一般に、上部構造物からの慣性力に対しては、杭径を大きくし、杭断面の曲げ剛性を増加させて、杭の曲げひずみを抑制しようとするのが普通である。その一方で、著者による理論的考察¹⁷⁾により、地盤変形のみを受ける杭体の曲げひずみは、標準的な杭径の範囲においては、杭径を減少させることで曲げひずみの抑制を可能とする結論に達している。このように、地盤変形と慣性力という2つの外力に対しては、杭径と曲げひずみの相反する関係が内在していると推察される。こうした相反する関係は、曲げひずみが最小化あるいは極小化される杭径の存在を示唆するものであり、どのような条件において最適杭径が存在するのか、そして杭径の違いにより、どの程度の低減効果が期待できる可能性があるかを評価することは極めて重要である。

そこで本研究では、上記特性を把握するための基礎的研究として、地盤変形と上部構造物の慣性力を同時に考慮した3次元波動論に基づく一様地盤中の単杭の理論解（杭頭は回転拘束条件、杭先端はヒンジ条件と回転拘束条件の2条件を想定）を用いて、杭体の曲げひずみと杭径の関係を誘導した。ただし本研究では、地盤変形が主体となる表層地盤の1次卓越振動数において、同時に慣性力を受けた場合の最適杭径の評価を行うものとする。この前提は、鉄道構造物における現行の耐震設計法¹⁸⁾に対応したものと考えられる。つまり、現行の耐震設計法では、地盤変位による影響が大きいと判断される地盤種別に該当する場合には、上部構造物の慣性力のみによる照査に加えて、地盤変位が主体となる場合の照査（上部構造物の慣性力と地盤変位の位相差を含めて、さらに2段階に照査）の2つの場合に対して照査を実施する必要がある。前者は主に慣性力が主体となる振動モードについての評価であり、後者は地盤を主体とする振動モードについての評価に相当する。本検討では、後者の評価を対象とするものであり、基礎からの加振振動数は、表層地盤の1次卓越振動数と一致させるものである。

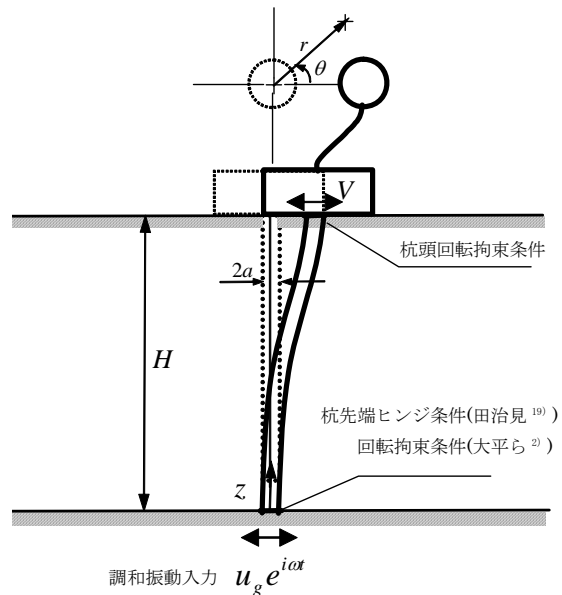


図-1 杭基礎の理論解析モデル

2. 地盤変形と上部構造物からの慣性力を受ける杭の曲げひずみの誘導とその評価

(1) 杭頭曲げひずみの誘導

本節では、地盤変形と上部構造物からの慣性力を受ける弾性一様地盤中の単杭の曲げひずみ ε_p に関する理論解を誘導する。地盤変形のみを受ける杭基礎の曲げひずみと杭径の関係については、既に、3次元波動論に基づく田治見による単杭の理論解¹⁹⁾を利用して誘導を行っている¹⁷⁾。そこで以下では、上部構造物からの慣性力を受ける杭体の曲げひずみを、同理論解を用いて誘導する。理論解析モデルを図-1に示す。本解析モデルは、剛なフーチングに拘束された群杭基礎における一杭を想定している。ただし、杭間に生じる動的相互作用は考慮しないものとする。表層地盤には円柱座標系 (r, θ, z) を設定し、表層地盤厚と基礎長を等しく H で与える。また杭半径を a とする。理論誘導過程においては、既往の研究¹⁷⁾と同様に以下の条件を仮定している。

- 表層地盤は弾性・均質であり剛な基盤層に支持されている。地盤材料の減衰特性は振動数に依存しない非粘性型 Voigt モデル²⁰⁾とする。
- 入力はSH波の調和振動入力とする。
- 基礎とその周辺地盤は水平加振時も完全密着条件を満足する。
- 杭頭は回転拘束とする。杭先端はヒンジとする。一般に地盤材料は、振動数に依存しない一定の減衰を表す場合が多いことから、田治見による理論展開で仮定した振動数依存型の減衰特性から、振動数に依存しない非粘性型の減衰特性に変更した。後述す

る大平ら²⁾による理論解についても同様に変更した。また既往の研究^{2), 19)}と同様に、群杭によってフーチングの回転変位が拘束されることを想定し、条件(d)を仮定している。これにより、杭頭には回転拘束に伴う拘束モーメントが生じることになる。

本検討では、上部構造物（フーチングを含む）の振動応答に起因した水平荷重を V で表すことにする。水平荷重 V を受ける単杭の杭変位の一般解 u_v は次式で表される。

$$u_v = \frac{1}{E_p I} \left(\frac{2H}{\pi} \right)^4 \frac{2}{H} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} V}{n^4 + \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \Omega_n \xi_n^2} \sin \frac{n\pi}{2H} z \quad (1)$$

ここで、

$$\alpha_2 = \frac{\rho \pi a^2}{E_p I} \left(\frac{2H}{\pi} \right)^4 \omega_g^2$$

$$\Omega_n = \frac{K_1(x_a) + K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}}{x_a K_0(x_a) + K_1(x_a) - K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}}$$

$$x_a = \frac{\omega_g \xi_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_p}, y_a = \frac{\omega_g \xi_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_s}$$

$$V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, V_s^2 = \frac{\mu}{\rho}, \omega_g = V_s \frac{\pi}{2H}$$

$$\xi_n = \sqrt{n^2(1 + i2h_g) - \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2}$$

ω は角振動数、 ω_g は表層地盤の非減衰固有角振動数、 K_m は第2種変形 m 次ベッセル関数である。さらに λ と μ は $\lambda^* = \lambda + i\lambda'$ と $\mu^* = \mu + i\mu'$ で定義される複素 Lamé 定数の実部であり、損失係数 $D_v = \lambda'/\lambda$ と $D_s = \mu'/\mu$ は地盤の体積膨張とせん断ひずみに関係付けられる。本研究では両損失係数を等しいものと仮定する。したがって地盤材料の減衰定数を h_g で表せば、両損失係数は $D_v = D_s = 2h_g$ となる²¹⁾。 ρ と ρ_p はそれぞれ地盤材料と杭体の密度であり、 V_p と V_s は P 波速度と S 波速度である。また E_p と I は杭のヤング率と断面 2 次モーメントである。

続いて、式(1)を用いて杭の曲げひずみ ε_v を求める。杭の曲げひずみは次式で与えられる。

$$\varepsilon_v = -a \frac{\partial^2 u_v}{\partial z^2} \quad (2)$$

式(2)に式(1)を代入すれば次式となる。

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E_p I} \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \frac{2}{H} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{an^2(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4 + \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \xi_n^2 \Omega_n} V \sin \frac{n\pi}{2H} z \quad (3)$$

上式は、杭頭で最大値を取り、深度が増加するに従い、振幅の腹と節を形成しながら減少する関数である。そのため以下では、曲げひずみが最大となる杭頭 ($z = H$) に着目して検討を進めることにする。

次に、杭頭において表層地盤の振動モードが主体となる 1 次卓越振動数 ($\omega = \omega_g$) での曲げひずみを求めれば以下のようなになる。

$$\tilde{\varepsilon}_v = \varepsilon_v \Big|_{\omega=\omega_g, z=H} = \frac{V}{E_p H^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\frac{32n^2}{\pi^3} \left(\frac{H}{a} \right)^3}{n^4 + \alpha'_2 (\rho_p / \rho) + \alpha'_2 \xi_n^2 \tilde{\Omega}_n} \quad (4)$$

ここで、

$$\tilde{\xi}_n = \sqrt{n^2(1 + i2h_g) - 1}$$

$$\tilde{\Omega}_n = \Omega_n(\tilde{\xi}_n)$$

$$\alpha'_2 = \alpha_2 = \frac{\chi}{2(1+\nu)} \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \left(\frac{H}{a} \right)^2 \left(\frac{E_s}{E_p} \right)$$

ν と E_s は表層地盤のポアソン比とヤング率、 $\chi = 1/(1 - b^4/a^4)$ は中空断面を有する杭の補正係数で、 b は中空断面の内半径である。

これに対して、上記と同条件において、地盤変形のみを受ける単杭の曲げひずみ杭の一般解 $\tilde{\varepsilon}_g$ は、次式で与えられることがわかっている¹⁷⁾。

$$\tilde{\varepsilon}_g = \varepsilon_g \Big|_{\omega=\omega_g, z=H} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a\alpha'_2(\tilde{\Omega}_n + \rho_p/\rho)}{n^4 + \alpha'_2(\rho_p/\rho) + \alpha'_2 \tilde{\xi}_n^2 \tilde{\Omega}_n} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) (-1)^{\frac{n-1}{2}} u_g e^{i\omega t} \quad (5)$$

ただし、杭体自身の慣性力を無視した既往の一般解¹⁷⁾に対して、上式では解の一般性を重視し、杭体の質量（密度 ρ_p ）に起因する項を表記することにした。

これにより、慣性力と地盤変形によって杭頭に生じる曲げひずみは、式(4)と式(5)の和となり、次式で表される。

$$\tilde{\varepsilon}_p = \frac{V}{E_p H^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\frac{32n^2}{\pi^3} \left(\frac{H}{a} \right)^3}{n^4 + \alpha'_2 (\rho_p / \rho) + \alpha'_2 \tilde{\xi}_n^2 \tilde{\Omega}_n} + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a\alpha'_2(\tilde{\Omega}_n + \rho_p/\rho)}{n^4 + \alpha'_2(\rho_p/\rho) + \alpha'_2 \tilde{\xi}_n^2 \tilde{\Omega}_n} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) (-1)^{\frac{n-1}{2}} u_g e^{i\omega t} \quad (6)$$

既往の研究¹⁷⁾により、式(6)の右辺第2項である地盤変形に起因する杭頭曲げひずみは、地表面の基盤層に対する相対変位 \tilde{u}_{suf} をその層厚 H で除したせん断ひずみ(平均せん断ひずみ γ_s と呼称)で正規化することにより、基礎径長比 a/H の関数として表現できることがわかっている。この正規化は、想定される多くの地盤層厚、杭長、あるいは杭径の違いが杭頭曲げひずみに及ぼす影響を、統括的に評価できる有効な表現方法の一つである。

そこで、平均せん断ひずみ γ_s により式(6)の正規化を行う。表層地盤の基盤層に対する相対変位($\omega = \omega_g$ の条件を付加)は次式で表される¹⁷⁾。

$$\tilde{u}_{suf} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\xi_n^2} u_g e^{i\omega t} \quad (7)$$

式(7)を用いて式(6)の正規化を行えば、次式が得られる。

$$\frac{\tilde{\varepsilon}_p}{\gamma_s} = \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{32n^2 \left(\frac{H}{a}\right)^3}{\pi^3 n^4 + \alpha'_2 (\rho_p/\rho) + \alpha'_2 \xi_n^2 \tilde{\Omega}_n} \quad (8)$$

$$+ \frac{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{n\pi \alpha'_2 \tilde{\Omega}_n}{n^4 + \alpha'_2 (\rho_p/\rho) + \alpha'_2 \xi_n^2 \tilde{\Omega}_n} \left(\frac{a}{H}\right) (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\xi_n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}}}$$

式(8)によれば、右辺の n に関する総和関数内は、いずれも基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数となっていることがわかる。ここで、右辺の第2項である地盤変形に起因する正規化された曲げひずみの特性は、既往の研究¹⁷⁾により十分に議論されている。その特徴を概説すれば、基礎径長比 a/H が非常に小さい場合、杭頭の曲げひずみは零に収束し、基礎径長比 a/H が大きくなると、ある点で曲げひずみが最大となる(極大点)。そしてその最大点以降、曲げひずみは基礎径長比 a/H の増加に伴い減少する特徴が見られる。つまり、曲げひずみを極大化させる不適径が存在するのである。これらの特性は、後述する解析結果において確認することができる。詳細については既往の論文を参照されたい。

次に上部構造物からの慣性力に起因する右辺第1項の係数に着目する。

$$f_r = \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \quad (9)$$

この係数 f_r は杭頭に作用する水平荷重 V と地盤変

形量の相対比率を表す値である。もし任意の杭径・杭長寸法や剛性を持つ杭基礎-地盤-構造物系について、この係数 f_r が等しく、また基礎径長比 a/H と杭の剛性比 E_s/E_p が等しい場合、式(8)に示す正規化された曲げひずみは等しくなることが理解できる。ところで、この係数 f_r は通常、複素数によって表される。なぜなら、杭頭に作用する水平荷重 V と平均せん断ひずみ γ_s の間には、位相差が生じるためである。そこで、係数 f_r をその振幅と位相を表す項に分離して、以下のように表すことにする。

$$f_r = F_r e^{i\phi_r} \quad (10)$$

ここで、

$$F_r = \left| \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \right|$$

$$\phi_r = \arg \left(\frac{V}{\gamma_s} \right)$$

式(10)から、 F_r (以下、荷重比係数と呼称)は杭頭に作用する水平荷重 V の絶対値(最大値)と平均せん断ひずみ γ_s の絶対値(最大値)に対する比率に関連付けられる。一方、 ϕ_r は杭頭に作用する水平荷重 V の平均せん断ひずみ γ_s に対する位相差に対応する。通常、耐震設計では、杭頭に作用する水平荷重 V の絶対値はベースシアとして、地表面地震動による応答スペクトル等から求めることができる。また平均せん断ひずみ γ_s の絶対値は、基盤面地震動による応答スペクトルや種々の評価式から求まる地表面変位量を、その層厚 H で除すことにより算定することが可能である。

これに対して、位相差 ϕ_r については、室野・西村¹¹⁾によりその先駆的研究が実施されており、現在、鉄道構造物等の設計標準¹⁸⁾においてその特性が適用されている。この中で室野らは、竹宮・片山²²⁾により提案されたフレキシビリティ法による動的解析法を適用し、種々の互層地盤に埋設される単杭基礎について、地盤変位と上部構造物の慣性力間に生じる位相差特性について評価している。その際、地盤-杭基礎-上部構造物の連成系における地盤と上部構造物の固有周期(それぞれ T_g と T_s)の大小関係をパラメータに取り、以下の関係を導いている。

a) $T_g > T_s$ の場合、地盤と上部構造物は同位相で振動しており、地盤変位による杭頭モーメントと慣性力によるモーメントの応答波形が同位相となっている。

b) $T_g = T_s$ の場合、地盤と構造物が共振し、地盤変

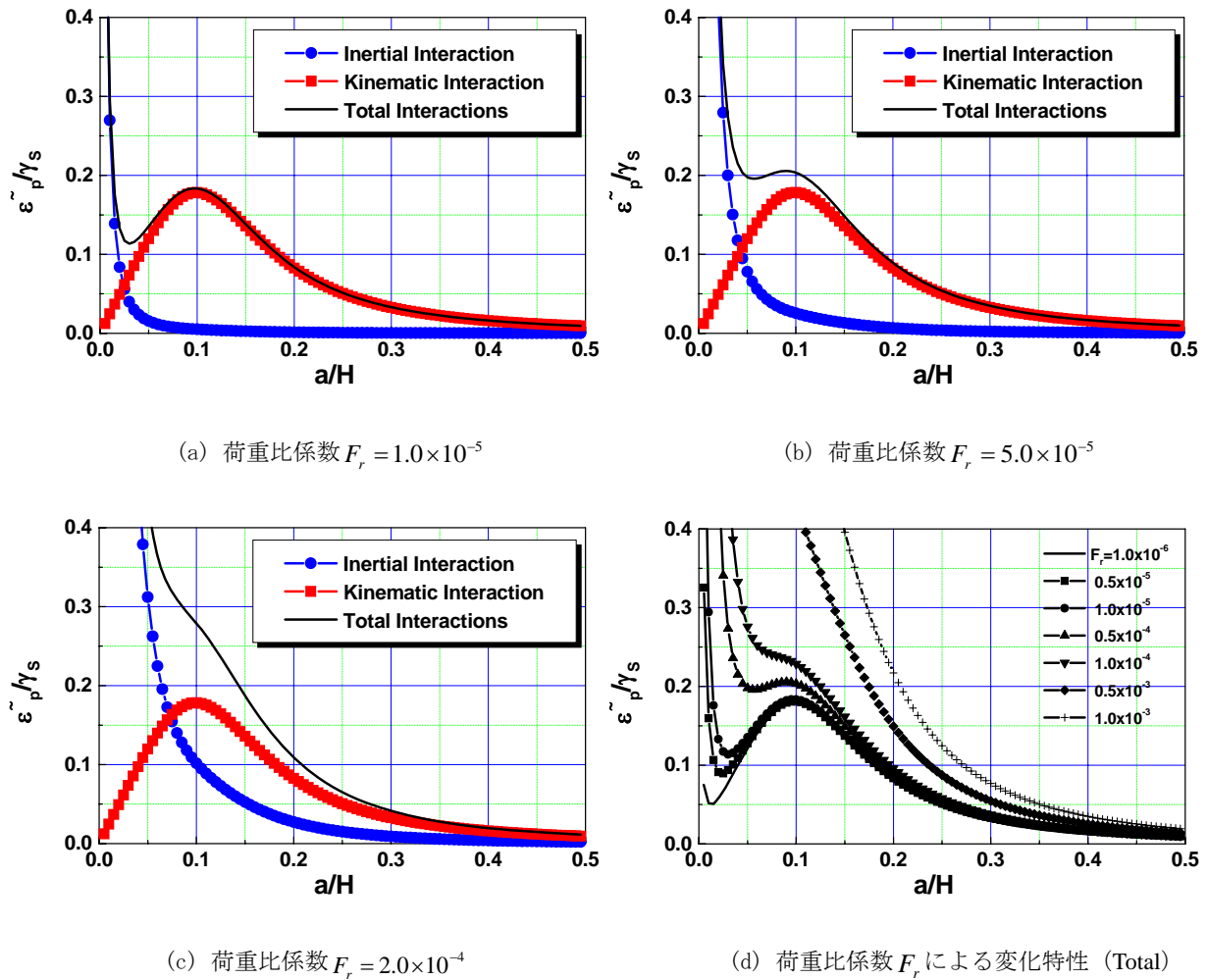


図-2 荷重比係数 F_r の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係の特徴的な3つの状態とその変化特性

位と慣性力は約 $\pi/2$ 近くの位相差を生じる。
 c) $T_g < T_s$ の場合、地盤と構造物がほぼ逆位相に近い関係で杭に作用する。
 これら上記の関係は、表層地盤の1次卓越振動数と等しい調和振動を、基盤層から入力した場合に明確に現れている。また実地震波を入力した場合においても、上記の關係に類似した傾向を示すことが明らかにされている。
 そこで以下の検討においては、上記の研究成果を利用し、地盤と上部構造物の位相差 ϕ_r を上述した3つの状態 ($0, -\pi/2, -\pi$) に設定し、各位相差の状態に対する特性を評価する。

(2) 地盤変形と慣性力を同時に受ける杭の杭頭曲げひずみと基礎径長比(杭径)の關係

式(8)を用いて、杭頭に生じる正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の關係について以下で検討する。解析パラメータは、式(8)を支配する荷重比係

数 F_r と位相差 ϕ_r ，そして地盤と杭の剛性比 E_s/E_p とする。

まず荷重比係数 F_r が取り得る範囲について考察する。はじめに平均せん断ひずみ γ_s について評価する。表層地盤に生じる地表面最大変位量 a_g は、例えば鉄道構造物の設計標準¹⁸⁾において、次の關係式を示している。

$$a_g = 0.064T_g^{2.1} \quad (\text{L1 地震動}) \quad (11a)$$

$$a_g = 0.344T_g^{1.1} \quad (\text{L2 地震動, スペクトルII}) \quad (11b)$$

(m 単位)

また同標準において、応答変位法が適用となる固有周期 T_g の下限値が 0.5 秒であり、また L2 地震動では地盤の非線形性の影響により、固有周期が長周期化することを考えると、上限値としては 3.0 秒程度に設定しておくのが妥当と思われる。表層地盤の層

厚 H が 10m から 40m 程度とすれば、結局、平均せん断ひずみ γ_s は、およそ 10^{-4} から 10^{-2} のオーダーの値となり得る。次に、杭頭に作用する水平荷重 V であるが、標準諸元では 100kN から 1000kN 程度が取り得る範囲と判断される（杭種や杭径、地盤条件によって異なるかもしれないが、ここは荷重比係数 F_r の大まかな範囲の評価を目的としていることを理解して頂きたい）。これにより、荷重比係数 F_r の取り得る範囲は、およそ 0 に近い値から 10^{-3} のオーダーの範囲になると推察される。

位相差 ϕ_r の取り得る値については、上節で説明した通りである。また、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p については、既往の研究¹⁷⁾ で適用した 1/2000 (0.0005), 1/1000 (0.001), 1/200 (0.005) の 3 種類とした。本解析では、地盤の密度 $\rho = 1.8t/m^3$, ポアソン比 $\nu = 0.45$, 減衰定数 $h_g = 0.05$ を用いる。ただし、ポアソン比 ν と減衰定数 h_g については、後ほどこれらを解析パラメータとした解析を実施し、その影響について議論する。杭の密度については、内実断面を想定し、 $\rho_p = 2.5t/m^3$ とする。ただし、杭体の質量に起因する項の有無が、本論文の検討結果に与える影響は、無視しても差し支えない程度の値であることを確認してある。そのため、本論文では、杭体の質量の影響について省略することにした。また、以下の解析では深度方向のフーリエ級数次数を $n = 20$ 次項まで採用した。

a) 荷重比係数 F_r による影響について

始めに、荷重比係数 F_r の違いが、曲げひずみと杭径の関係に如何なる影響を及ぼすのか確認する。横軸に基礎径長比 a/H , 縦軸に式(8)から得られた正規化された曲げひずみの値を図-2 に示す。同時に図中には、式(8)の右辺各項（上部構造物の水平荷重 V に起因する項：Inertial Interaction と地盤変形に起因する項：Kinematic Interaction）の絶対値を示す。本解析では、位相差 ϕ_r を 0, また地盤と杭の剛性比 E_s/E_p は 1/1000 (0.001) を仮定している。

図-2(a)によれば、地盤変形による正規化された曲げひずみは、前述したとおり、極大値を取ることが理解できる。これに対して、水平荷重 V による曲げひずみは、基礎径長比 a/H の減少に伴って、急激に増加する傾向がある。反対に、基礎径長比 a/H が増加すると、正規化された曲げひずみは著しく減少することがわかる。これは荷重比係数 F_r の違いによらず、図-2(a), (b), (c) 全てに共通の特性である。これに対して、地盤変形と水平荷重 V の影響を同時に受ける場合には、荷重比係数 F_r の違いにより、正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係には特

徴的な以下の3つの状態があることを理解することができる。

まず、図-2(a)に着目する。このときの荷重比係数 F_r は $F_r = 1.0 \times 10^{-5}$ である。基礎径長比 a/H が小さい範囲 ($0 \leq a/H \leq 0.03$) では、基礎径長比 a/H の増加に伴い、曲げひずみは著しく減少する。これは、基礎径長比 a/H が小さい範囲において、水平荷重 V に起因する曲げひずみの特性が支配的なためである。そして、水平荷重 V による曲げひずみの減少曲線と、地盤変形による曲げひずみの増加曲線との交点近傍 ($a/H = 0.03$) において、これまでの減少傾向から増加傾向に一転する。この増加傾向への移行は、地盤変形による曲げひずみの増加に起因している。これにより、この近傍の曲げひずみの曲線は極小値を取ることになる。曲げひずみの極小値を取るこの基礎径長比 a/H (杭径) は、明らかに本研究で考える最適杭径を意味しており、荷重比係数 F_r が一般的な範囲 (10^{-3} のオーダー以下) に入っていることから、最適杭径は十分に存在し得ることが理解できる。この極小点以降 ($0.03 \leq a/H$) は、地盤変形による曲げひずみの特性に追随し、曲げひずみが不適径において極大値を取った後に、基礎径長比 a/H の増加に伴って減少する特性が確認できる。

これに対して、荷重比係数 F_r を 5 倍に増加させた状態 ($F_r = 5.0 \times 10^{-5}$) を図-2(b) に示す。この場合、図-2(a)に見られた明確な曲げひずみの極小値は存在しない。つまり、上記のケースで極小値を生じた交点近傍から、地盤変形に起因する極大値までの領域においては、およそ増加減が見られずフラットな状態となっている。これは、水平荷重 V に起因する曲げひずみの減少量と、地盤変形に起因する曲げひずみの増加量が、この領域において均衡状態を保持しているためである。したがって、この領域においては、損傷を抑制するために杭径を増減させたとしても、著しい改善は見られないことになる。

さらに初期の状態から荷重比係数 F_r を 20 倍に増加させた状態 ($F_r = 2.0 \times 10^{-4}$) を図-2(c) に示す。この場合には、水平荷重 V に起因する曲げひずみの減少量に対して、地盤変形に起因する曲げひずみの増加量が相対的に少ない。そのため、基礎径長比 a/H の全範囲において、曲げひずみは基礎径長比 a/H の増加に伴って減少する関数となる。つまり、この状態においては、最適杭径が存在しないことになる。

このように、杭頭に生じる曲げひずみは、基礎径長比 a/H に関して極小値を常に有しているのではなく、杭頭に作用する水平荷重 V と地盤変形の相対

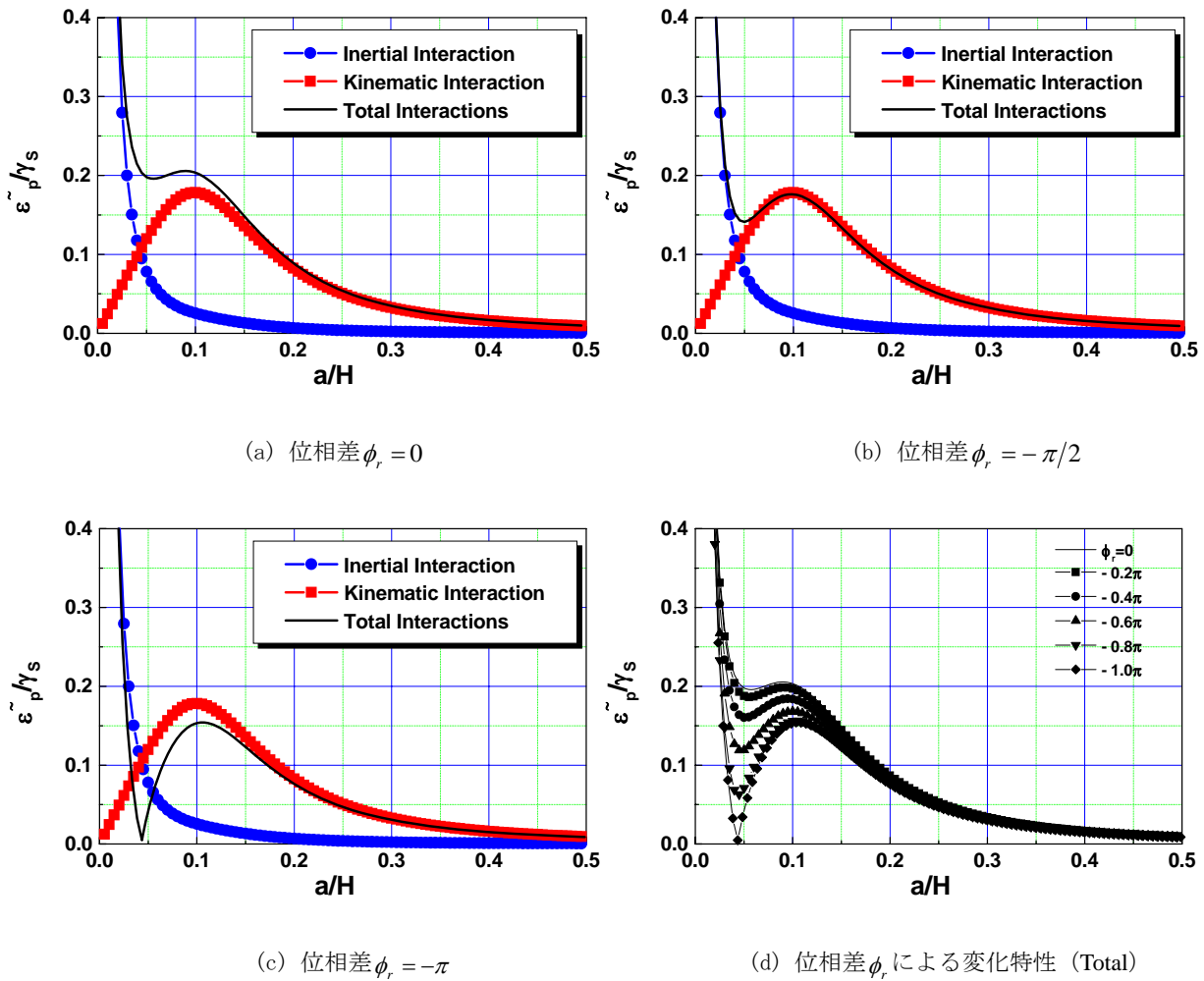


図-3 位相差 ϕ_r の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係とその変化特性

的な影響比率を表す荷重比係数 F_r が、ある程度小さい場合に極小値の生じる状態に遷移する。その際、図-2(d)に示すように、極小値を取る基礎径長比 a/H は、荷重比係数 F_r の減少に伴って小さくなる傾向にあることがわかる。

以上の特性は、将来的に群杭基礎の最適本数・杭径の適正評価へ発展することが予想される。例えば、荷重比係数 F_r が大きく、杭径が最適化されないと判断された場合を考えてみる。この場合、群杭の杭本数を増加させて1本当たりの杭頭に作用する水平荷重 V を減少させることで、曲げひずみに極小値が生じる状態へ遷移させることが可能となる。そして、杭頭に生じる曲げひずみの目標値（許容値）が定まり、それを達成できる杭径が決定されると、上部構造物からの鉛直荷重と断面諸元（断面積等）の関係から、群杭の本数は自ずと定まるといった手順である。後ほど、一例題に対してそうした方法の可能性を検証する。ただし、本研究では当面、高度に実際

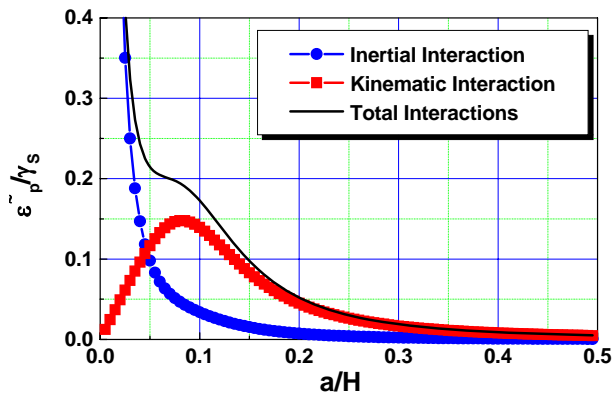
的な杭径と杭本数によるコストパフォーマンスの差は考慮しないものとし、力学問題としての最適化を対象とするものであることを加筆する。

b) 位相差 ϕ_r による影響について

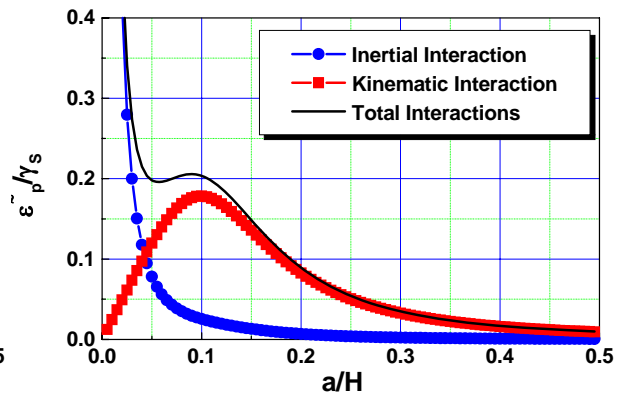
次に、位相差 ϕ_r が正規化曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係に及ぼす影響について検討する。図-3(a), (b), (c)には位相差を 0 , $-\pi/2$, $-\pi$ で仮定した3つの状態における解析結果を示す。本解析では、荷重比係数 F_r を $F_r = 5.0 \times 10^{-5}$ としており、その他の条件は前述の解析と同じである。

図-3(a)によれば、水平荷重 V による曲げひずみと地盤変形による曲げひずみの位相差 ϕ_r が 0 であることから、全体の曲げひずみはそれら曲げひずみの絶対値の総和と一致することが理解できる。

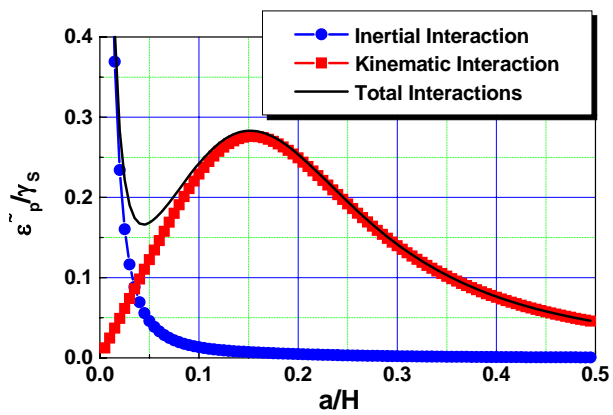
これに対して、位相差 ϕ_r が $-\pi/2$ の場合には（図-3(b)）、位相差のために各曲げひずみの最大値が杭頭で同時に生じることはなく、位相差 ϕ_r が 0 の図-3(a)に比べると全体の曲げひずみは低下する傾向



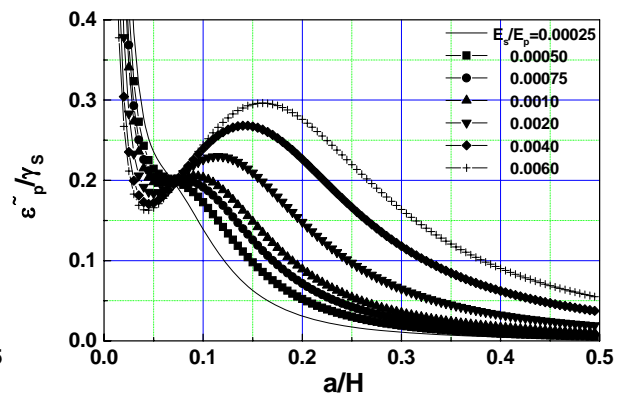
(a) 剛性比 $E_s/E_p = 0.0005$



(b) 剛性比 $E_s/E_p = 0.001$



(c) 剛性比 $E_s/E_p = 0.005$



(d) 剛性比 E_s/E_p による変化特性 (Total)

図-4 地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係とその変化特性

にあることが理解できる。そのため、図-3(a)では極小値が不明確なのに対して、位相差を伴う図-3(b)では、極小値が明確に生じる結果となっている。つまり、曲げひずみの極小値を生じさせる状態は、荷重比係数 F_r の大きさのみに依存しているのではなく、こうした水平荷重 V と地盤変形の位相差 ϕ_r 、あるいはその位相差を生じさせる地盤と上部構造物の固有周期の大小関係にも依存していることが理解できる。

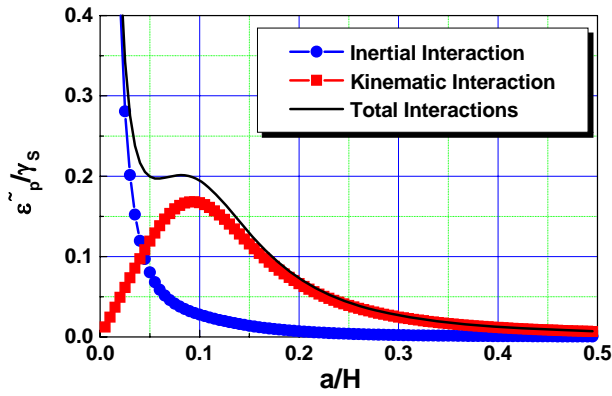
さらに位相差 ϕ_r が $-\pi$ と逆位相になる場合を、図-3(c)に示す。この場合、全体の曲げひずみの値は、水平荷重 V による曲げひずみと地盤変形による曲げひずみの絶対値の差と一致することになる。その際、水平荷重 V による曲げひずみの曲線と、地盤変形による曲げひずみの曲線の交点では、その差が零となることから、この点において全体の曲げひずみ

は相殺されて生じないことを意味している。ただし、この逆位相の状態については、杭頭で曲げひずみが0となっても、地中部で曲げひずみが最大値を取る可能性があるため注意が必要である。この地中部における曲げひずみの最適評価は、曲げひずみの最大値を生じる深さが諸条件によって変動するため、現時点ではその特性評価は困難と判断される。

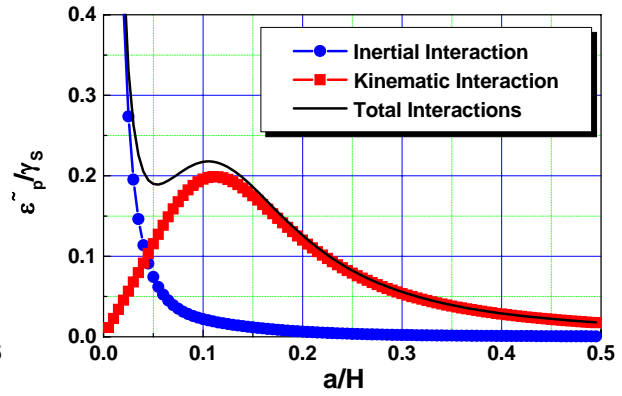
以上の検討により、水平荷重 V と地盤変形の位相差 ϕ_r が曲げひずみと杭径の関係に著しい影響を及ぼすことが判明した。ただし、図-3(d)によれば、位相差 ϕ_r の違いによって、曲げひずみが極小値を取る基礎径長比 a/H の値は、ほぼ変化しないと考えてよいことがわかる。

c) 地盤と杭の剛性比 E_s/E_p による影響について

次に、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p が曲げひずみと杭径の関係に及ぼす影響について検討する。図-4(a),

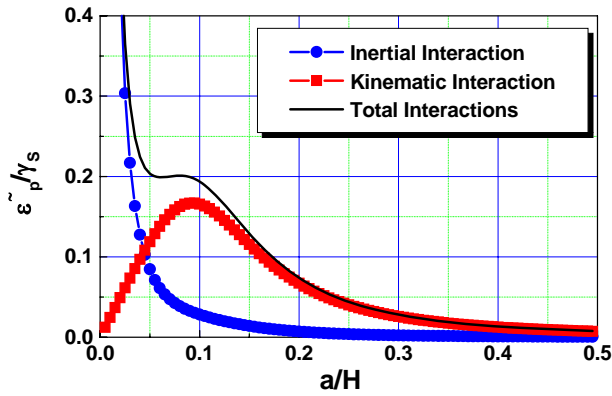


(a) 減衰定数 $h_g = 0.01$

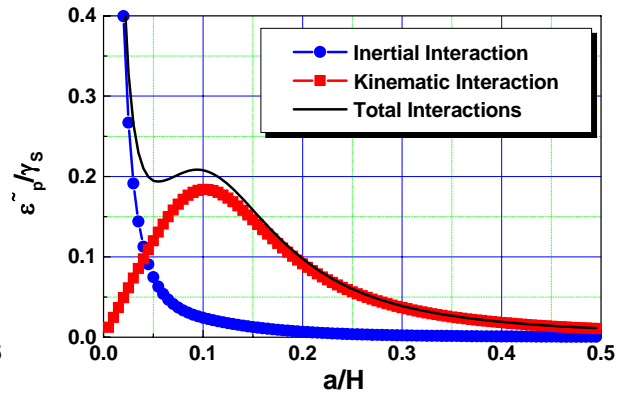


(b) 減衰定数 $h_g = 0.40$

図-5 表層地盤の減衰定数 h_g の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係



(a) ポアソン比 $\nu = 0.2$



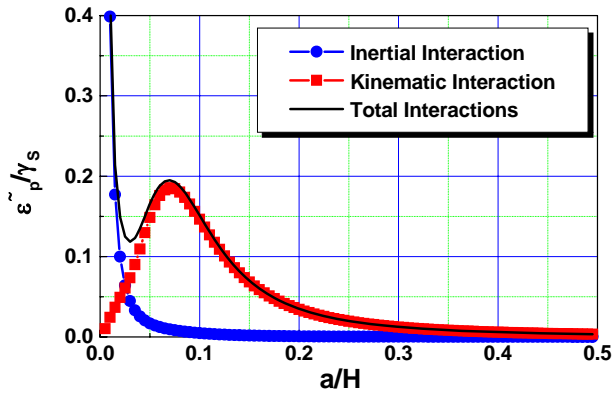
(b) ポアソン比 $\nu = 0.5$

図-6 表層地盤のポアソン比 ν の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係

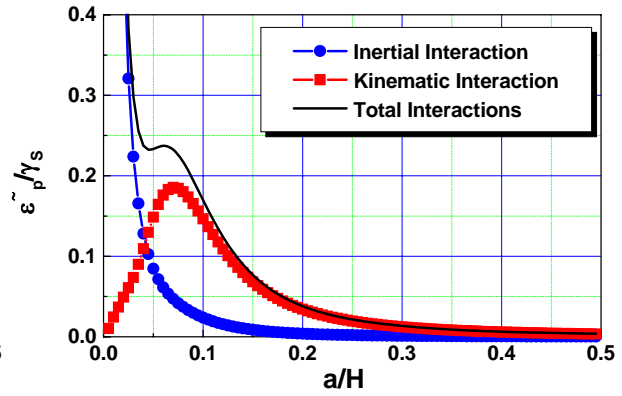
(b), (c) に剛性比を $1/2000$ (0.0005), $1/1000$ (0.001), $1/200$ (0.005) で仮定した 3 つの状態における解析結果を示す。ただし本解析では、荷重比係数 F_r を $F_r = 5.0 \times 10^{-5}$ 、位相差 ϕ_r を 0 としており、その他の条件は前述の解析と同じである。既往の研究¹⁷⁾により、地盤変形に起因する曲げひずみの不適径は、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の増加に伴い増大し、そのときの曲げひずみの値自体も増加することが判明している。その理由については当該論文¹⁷⁾により詳しく説明しているように、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p が増加すると、地盤の変形に対して、杭が相対的に追従し難くなることに起因している。その様子は、図-4(a), (b), (c) の地盤変形に起因する曲げひずみの

応答特性の変化からも確認することができる。

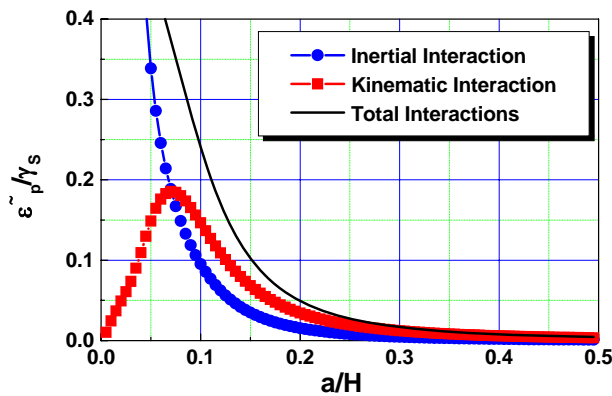
一方で、杭頭に作用する水平荷重 V による曲げひずみは、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p が増加すると減少する傾向にあることが確認できる。このことは、杭に対する地盤の剛性が増加することで、杭の変形に対する地盤の抑制効果が増加するためと推察される。この特性は、式(4)から理解することも可能である。正規化された曲げひずみを表す式(4)の分母には、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p に関する α'_2 の関数が含まれている。この関数は、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p に比例しているため、この値が増加すると式(4)の分母が増加し、これにより曲げひずみの値が減少するのである。



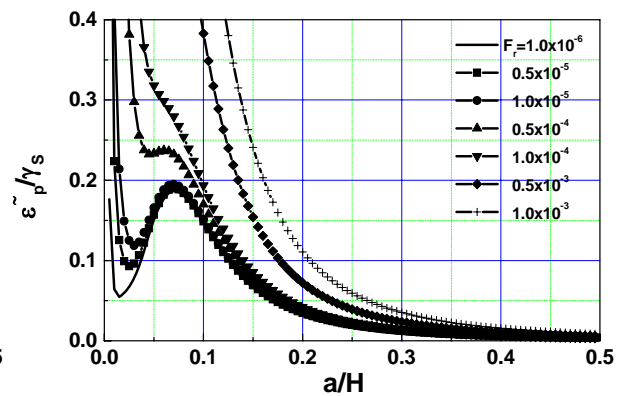
(a) 荷重比係数 $F_r = 1.0 \times 10^{-5}$



(b) 荷重比係数 $F_r = 5.0 \times 10^{-5}$



(c) 荷重比係数 $F_r = 2.0 \times 10^{-4}$



(d) 荷重比係数 F_r による変化特性 (Total)

図-7 荷重比係数 F_r の違いにより生じる正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係の特徴的な3つの状態とその変化特性 (大平ら²⁾に基づく杭頭・杭先端回転拘束条件下の理論解)

このように、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の変化に対して、水平荷重 V による曲げひずみと地盤変形による曲げひずみは相反する変化特性を有することが明らかとなった。次に、剛性比 E_s/E_p の違いによる全体の曲げひずみの特性について確認してみる。

剛性比 E_s/E_p が小さい場合 (図-4(a)), 水平荷重 V に起因する曲げひずみは、基礎径長比 a/H の増加に伴って大きく減少するのに対して、地盤変形に起因する曲げひずみの増加量が相対的に少ない状態となる。そのため、水平荷重 V に起因する曲げひずみの特性が支配的となり、基礎径長比 a/H の全範囲において、曲げひずみは基礎径長比 a/H の増加に伴い減少する関数となる。

これに対して、剛性比 E_s/E_p を大きくしていくと (図-4(b), (c)), 水平荷重 V に起因する曲げひずみの減少に対して、地盤変形に起因する曲げひずみの増加が支配的な状態に遷移する。これにより、全体

の曲げひずみは図-4(c)に示すような明確な極小値を有する状態となる。その際、図-4(d)に示すように、極小値を取る基礎径長比 a/H の値は、剛性比 E_s/E_p の増加に伴い若干小さくなる傾向が見られる。

d) その他のパラメータについて

最後に、表層地盤の減衰定数 h_g とポアソン比 ν による影響について検討する。図-5(a), (b)には減衰定数 h_g をそれぞれ0.01と0.40に設定した場合の正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係を示している。ただし本解析では、荷重比係数 F_r を $F_r = 5.0 \times 10^{-5}$ 、位相差 ϕ_r を0、剛性比 E_s/E_p を1/1000(0.001)とし、その他の条件は前述の解析と同じである。解析結果によれば、表層地盤の減衰定数 h_g の増加は、地盤変形に起因する曲げひずみとその極大値を若干増加させる傾向にある。この特性は既往の研究¹⁷⁾の報告と同様である。一方で、水平荷重 V による曲げひずみに対しては、ほとんど変化が生

表-1 解析で用いたモデルの諸元

表層地盤	
高さ (H)	20 (m)
密度 (ρ)	1.5 (t/m ³)
せん断弾性波速度 (V_s)	80 (m/s)
ポアソン比 (ν)	0.49
減衰定数 (h_g)	0.10
杭基礎	
半径 (a)	0.75 (m)
ヤング率 (E)	2.5×10^7 (kN/m ²)
密度 (ρ_f)	2.5 (t/m ³)
上部構造物	
水平力 (V):case1	500.0 (kN)
:case2	250.0 (kN)

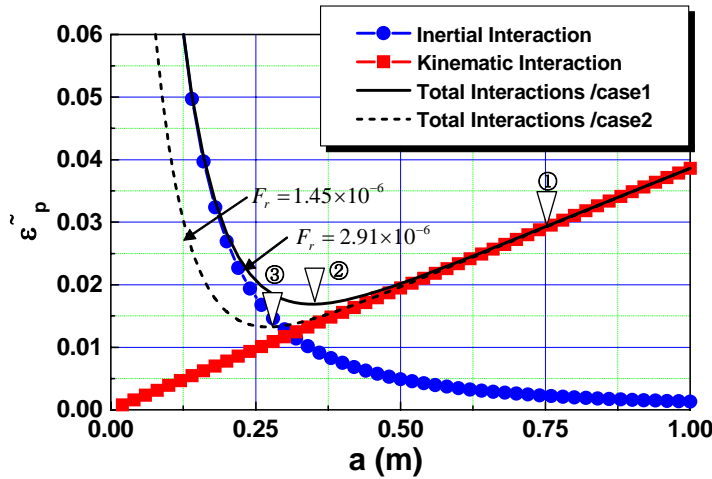


図-8 最適杭径の利用による杭頭曲げひずみの低減効果と荷重比係数 F_r の減少による低減効果

じていない。その結果、全体の曲げひずみは、そうした影響により多少増加する傾向にあるものの、著しい減衰定数の変化に対しても、大きな影響を受けないことがわかる。

次に、図-6(a), (b)にはポアソン比 ν をそれぞれ 0.2 と 0.5 に設定した場合の正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係を示している。本解析では、表層地盤の減衰定数 h_g を 0.05 とし、他の解析条件は上述した表層地盤の減衰定数 h_g をパラメータとした解析と同様である。図-6(a), (b)に示すように、ポアソン比 ν の増加は、水平荷重 V による曲げひずみを減少させる傾向にある。一方、ポアソン比 ν の増加は、地盤変形による曲げひずみを増加させる傾向にあることがわかる。しかし、その変化は微小であり、全体の曲げひずみに対しては、無視し得る程度の変化でしかないことがわかる。

以上の検討から、実諸元の範囲においては、杭頭に生じる正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係は、ポアソン比 ν と減衰定数 h_g に大きな影響を受けないことが明らかとなった。

(3) 杭先端の境界条件の違いによる影響(回転拘束条件下における曲げひずみと杭径の関係)

前節までは、杭先端の境界条件をヒンジ条件とした場合について検討してきた。しかし実際は、杭先端が完全なヒンジ条件になることは稀であり、通常は杭先端が基盤層に根入れされていたり、あるいは地盤の拘束圧により杭先端の拘束度が増加することで、杭先端は回転変位に対する拘束効果を受ける場合が多い。そこで本章の最後に、杭先端が完全な回転拘束条件下にあるときの、杭頭における曲げひず

みと杭径の関係について検討を行うことにする。杭頭・杭先端回転拘束条件下における弾性一様地盤中の単杭の理論解(変位解と曲げひずみ解)は、大平ら²⁾による論文の中で誘導されている。付録Aに、その詳細を示したので参照されたい。本論文ではこの理論解を利用して、杭頭の曲げひずみと杭径の関係を評価する。本検討においても、杭先端ヒンジ条件下における評価と同様に、表層地盤に生じる平均せん断ひずみ γ_s によって正規化を行う。付録Aの理論解から把握できるように、杭先端を回転拘束した場合においても、基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数となっていることがわかる。

本検討では、代表的に荷重比係数 F_r の違いに関して解析を実施する。解析諸元は前節の荷重比係数 F_r の違いに関する検討と同じ値を用いた。解析結果を図-7に示す。杭先端をヒンジとした図-2の解析結果と同様に、地盤変形による正規化された曲げひずみは、極大値を取ることがわかる。しかし、極大値を取る基礎径長比 a/H は杭先端をヒンジ条件とした場合と対比して、0.7 倍程度減少する傾向を示している。この特性については、既往の検討¹⁷⁾においてすでに確認している。一方、水平荷重 V による曲げひずみは、杭先端をヒンジ条件とした場合と同様に、基礎径長比 a/H の増加に伴って、急激に減少する傾向が確認できる。また、水平荷重 V による曲げひずみの値は、ヒンジ条件における値とおおよそ等しいと判断できる。したがって、ヒンジ条件と回転拘束条件による違いは、地盤変形による正規化された曲げひずみの違いのみに依存することになる。次に、これら個々の特性を踏まえて、地盤変形と水平荷重 V の影響を同時に受ける曲げひずみの特性に着目して

みる。極小値を取る基礎径長比 a/H は、杭先端の境界条件の違いにあまり影響を受けないことがわかる。ただし、杭先端を回転拘束条件とすることにより、極大値を取る基礎径長比 a/H が0.7倍程度減少し、極小値に接近することから、極小値から極大値までの曲げひずみは、基礎径長比 a/H に対してその変化率が大きくなる傾向にあることがわかる。

3. 最適杭径の適用に関する効果可能性

本章では、最適杭径を利用した場合に、どの程度まで杭の損傷を抑制することが可能なのかという点について、簡単な杭モデルを用いて以下で考察したい。ただし、これまでの検討と同様に、ここでの評価結果の制約条件として、一様弾性地盤、弾性杭、理想境界条件を前提としていることは言うまでもない。本論文の最後にも述べるが、設計実務レベルでの杭の諸条件を満足するためには、やはり地盤物性のひずみ振幅依存性、地盤の塑性化、地盤と杭の境界非線形性、あるいは杭体の非線形性等に関するさらなる検討が必要である。しかし、地盤変形と水平荷重 V の影響を同時に受ける杭の損傷と杭径の関係については、既往の知見としてほとんど評価されていないことを鑑みれば、本検討のように非常に理想化した条件下においても、その可能性としてどの程度杭の損傷を抑制し得るのかを考察しておくことは、十分に意義があると思われる。

一例題として、一つの代表的な杭体と地盤諸元について考察してみることにする。各諸数値を表-1に示す。本例題においては、地盤と上部構造物の固有周期（それぞれ T_g と T_s ）には $T_g = T_s$ の関係、つまり両者が共振状態があることを仮定し、水平荷重 V と地盤変形の位相差 ϕ_p は $-\pi/2$ と見なすことにする。表層地盤の1次固有振動数は1.0Hzとなることから、表層地盤に生じる平均せん断ひずみ γ_s を式(11b)で求まる地表面最大変位量から算定すると、 $\gamma_s = 0.0172$ (L2地震動相当)になる。これにより、荷重比係数 F_r は 2.91×10^{-6} の値を取る。このときの曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ と杭半径 a の関係を図-8に示す。

まず、初期設定とした杭半径 $a = 0.75\text{m}$ における杭頭の曲げひずみの値は $\tilde{\varepsilon}_p = 0.029$ という値を示していることがわかる(図中①)。図-8からわかるように、この杭半径 $a = 0.75\text{m}$ という値は、杭頭の曲げひずみを必要以上に大きく生じさせていることがわかる。図-8によれば、曲げひずみを極小化させる杭半径 a は $a = 0.34\text{m}$ である。このときの曲げひず

みの値は $\tilde{\varepsilon}_p = 0.017$ となる(図中②)。つまり、この杭は杭半径 $a = 0.34\text{m}$ と初期の半分以下することで、杭頭の曲げひずみを当初の53%まで低減させることが可能となる。

このように、適切な杭径を選定すれば、杭の損傷を抑制できる可能性が示唆される。また、杭断面を絞ることで損傷を抑制できるという発想は、これまでの慣性力設計の思想にはなく、興味深い特性であることを改めて実感できる。

前章で述べたように、さらに曲げひずみの低減や杭断面の縮小を期待する場合、図-2や図-7の特性を考慮すれば、荷重比係数 F_r を減少させて、極小値を低下させる方法が考えられる。ここで、荷重比係数 F_r を減少させる最も現実的な方法は、仮に群杭基礎構造を想定する場合において、杭本数を増して杭1本あたりに作用する水平荷重 V を減らすことが考えられる。ただし、本研究においては、杭本数に依存する動的相互作用は想定しないことを前提とする。

そこで一例として、杭本数を2倍に増加し、1本あたりの水平荷重 V を半分に減少させてみる。これにより、荷重比係数 F_r は 1.45×10^{-6} の値を取る。杭本数の増加後も、群杭全体で同じ軸力を支持することを考えると、杭本数を2倍にすることで、1本あたりの杭半径は2の平方根で除した値である杭半径 $a = 0.24\text{m}$ となる。これにより、図-8から曲げひずみの値は $\tilde{\varepsilon}_p = 0.014$ となり、杭頭の曲げひずみを当初の48%まで低減させることが可能となる(図中③)。

以上、制約された条件下ではあるが、最適杭径を認識することにより、上述した例題のように、杭頭の損傷程度を大幅に低減できる可能性を示すことができた。

4. 結論

上記所論を要約すると以下ようになる。

(1)本研究では、一様弾性地盤中の単杭を対象に、地盤変形と上部構造物からの慣性力による杭体の曲げひずみと杭径の関係を、理論的考察により明らかにした。本検討では、剛基盤に支持される均質弾性地盤と弾性杭を仮定した田治見の理論解¹⁷⁾を利用して、杭先端ヒンジ・杭頭回転拘束条件下における杭頭の曲げひずみと杭径の関係式を誘導した。その際、表層地盤に生じる平均せん断ひずみで、杭頭曲げひずみを正規化することにより、一般化された関係式を得ることができた。この関係式は、地盤変形と杭

頭に作用する水平荷重 V との相対的な影響程度を表す荷重比係数 F_r とその位相差 ϕ_r が定まると、基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数として表されることが判明した。

(2) 同条件において、地盤変形のみ起因する正規化された曲げひずみは、既往の研究¹⁷⁾で明らかにしたように、基礎径長比 a/H に比例して増加し、極大値を取った後に減少する特性がある。これに対して、水平荷重 V に起因する曲げひずみは、基礎径長比 a/H の増加に伴って、急激に減少する傾向があることが判明した。

(3) 同条件において、荷重比係数 F_r とその位相差 ϕ_r 、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p 、表層地盤の減衰定数 h_g とポアソン比 ν について、それぞれのパラメータ解析を実施し、基礎径長比 a/H と正規化された曲げひずみの関係に及ぼす影響について評価した。その結果、正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H との関係には、特徴的な次の3つの状態が生じることを明らかにした。第1に、正規化された曲げひずみに極小点が存在する状態である。この極小点は、基礎径長比 a/H の増加に対する曲げひずみの増加関数(地盤変形に起因)と、減少関数(上部構造物の水平荷重 V に起因)の交点近傍で生じる傾向にあることを確認した。第2に、極小点が存在せず、基礎径長比 a/H の増加とともに、正規化された曲げひずみは減少する状態がある。第3にその中間的挙動として、ある基礎径長比 a/H の区間に、基礎径長比 a/H の増減に対しておよそ変化しない状態が存在し、その区間外では基礎径長比 a/H の増加に伴って減少する状態である。

(4) 正規化された曲げひずみの極小点が生じやすい状態としては、(a) 地盤変形に対して水平荷重 V の影響度が相対的に低く、荷重比係数 F_r が相対的に小さい場合、(b) 地盤変形に対する水平荷重 V の位相差 ϕ_r が大きい場合、(c) 地盤と杭の剛性比 E_s/E_p が大きい場合が挙げられる。表層地盤の減衰定数 h_g とポアソン比 ν については、正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の特性にあまり影響を与えないことがわかった。

(5) 杭先端・杭頭回転拘束条件を適用した大平らによる理論展開に基づいて、杭頭の正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の特性を検討した。その結果、杭先端の回転拘束条件の違いは、水平荷重 V に起因する曲げひずみの特性には、ほとんど影響を与えないことがわかった。一方で、地盤変形に起因する曲げひずみは、杭先端ヒンジ条件の場合と対比して、その極大値である不適径は0.7倍程度減少す

る傾向を示していた。これにより、双方の影響を踏まえた全体の曲げひずみは、その極小値から極大値までの間隔が狭まるために、基礎径長比 a/H に対してその変化率が増加する傾向となった。ただし、極小値を取る基礎径長比 a/H は、杭先端の拘束条件によらずおよそ一定値を取ることがわかった。

(6) 最適杭径を利用した場合に、どの程度まで杭の損傷を抑制することが可能なのかという点について、簡単な杭モデルを用いた一例題を示した。その結果、任意に定めた初期の杭径寸法に対して、最適杭径を適用すれば、杭の損傷を大幅に抑制できる可能性が示唆された。さらに本例題においては、杭径寸法を初期値に比べて大幅に低減することができた。

(7) 以上のように、一様弾性地盤、弾性杭、理想境界条件という非常に制約された条件下ではあるが、3次元弾性波動論に基づく検討により、地盤変形と上部構造物の慣性力を受ける杭基礎の杭頭位置における損傷と杭径の関係について評価を行い、曲げひずみを極小化させる杭径の存在とその基本的な特性について把握した。既往の知見として、杭の損傷と杭径の関係についてはほとんど評価されていないことを鑑みれば、本検討のように非常に理想化した条件下においても、それらの基本的な特性を把握すること、あるいは損傷抑制に対する可能性を考察したことは十分に意義があったものと思われる。また将来的に、複雑な諸条件における杭の損傷と杭径の関係を把握する際には、本研究成果をその比較検討の基本軸として利用できるであろう。今後、設計実務レベルでの杭の諸条件を満足するためには、表層地盤の高次モードの影響、地盤のひずみ振幅依存性、基礎近傍地盤の塑性化、地盤と杭の境界非線形性、あるいは杭体の非線形性等に関するさらなる検討が必要である。

謝辞：本研究を実施するにあたり、(財)鉄道総合技術研究所の室野剛隆氏、(株)アースラボラトリーの鶴見哲也氏には、大変貴重なご意見を頂いた。ここに深謝の意を表す。

付録A 杭先端回転拘束条件下における杭の曲げひずみ解について

大平ら²⁾による杭先端回転拘束条件下における単杭の理論展開を参考にして、曲げひずみの理論解を誘導すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_p = & a \left[A_g \left\{ \lambda^2 \sin \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \alpha_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \right. \\
& + B_g \left\{ \lambda^2 \cos \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \beta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\
& - C_g \left\{ \lambda^2 \sinh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \gamma_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\
& - D_g \left\{ \lambda^2 \cosh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \delta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\
& + \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 g(\omega) \sin \frac{n\pi}{2H} z \left. \right] u_g e^{i\omega t} \\
& + a \left[A_f \left\{ \lambda^2 \sin \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \alpha_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \right. \\
& + B_f \left\{ \lambda^2 \cos \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \beta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\
& - C_f \left\{ \lambda^2 \sinh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \gamma_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\
& - D_f \left\{ \lambda^2 \cosh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 f(\omega) \delta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \left. \right] V
\end{aligned} \tag{A-1}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
f(\omega) &= \frac{-\alpha_2 (-1)^{n-1} \xi_n^2 \Omega_n}{n^4 - \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \xi_n^2 \Omega_n} \\
g(\omega) &= \frac{\alpha_2 [\Omega_n + (\rho_p / \rho) (4/n\pi)]}{n^4 - \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \xi_n^2 \Omega_n}
\end{aligned}$$

$$\lambda^4 = \rho_p \pi a^2 \omega^2 / EI$$

ただし, $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, \delta_n$ は $\sin \lambda z, \cos \lambda z, \sinh \lambda z, \cosh \lambda z$ をそれぞれフーリエ級数に展開したときのフーリエ係数である. 式(A-1)の A_g, A_f, \dots, D_f は次式で与えられる.

$$\begin{aligned}
A_f &= \tan \lambda H \frac{\zeta_f(\omega)}{\Gamma(\omega)} + \frac{1}{2\lambda^3 EI \cos \lambda H} \\
A_g &= \tan \lambda H \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)}, \quad B_g = -D_g = \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)} \\
C_g &= \tanh \lambda H \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)}, \quad B_f = -D_f = \frac{\zeta_f(\omega)}{\Gamma(\omega)} \\
C_f &= \tanh \lambda H \frac{\zeta_f(\omega)}{\Gamma(\omega)} - \frac{1}{2\lambda^3 EI \cosh \lambda H}
\end{aligned} \tag{A-2}$$

上式において,

$$\begin{aligned}
\Gamma(\omega) &= \left[\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \alpha_n \right] \tan \lambda H \\
&+ \left[\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \gamma_n \right] \tanh \lambda H \\
&+ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) (\beta_n - \delta_n)
\end{aligned}$$

$$\zeta_f(\omega) = -\frac{1}{2\lambda^3 EI} \left\{ \frac{\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \alpha_n}{\cos \lambda H} - \frac{\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \gamma_n}{\cosh \lambda H} \right\}$$

$$\zeta_g(\omega) = -\left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) g(\omega)$$

参考文献

- 1) 水野二十一: 6 竣工後に生じる問題点と対策 1 地震時, 建築技術, No. 360, pp. 67-87, 1981.
- 2) 大平 彰, 田蔵 隆, 中松 新, 清水勝美: 軟弱地盤中の基礎杭の地震時挙動特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 362/I-14, pp. 417-426, 1985.
- 3) Mizuno, H.: Pile damage during earthquake in Japan(1923-1983), Dynamic Response of Pile Foundations, ASCE, Geotechnical Special Publication, No.11, pp.53-78, 1987.
- 4) 和泉正哲, 栗田 哲, 林田敏弘, 小駒 勲: 地震時における建築物を支持する杭の力の伝達機構に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 394, pp. 118-129, 1988.
- 5) 時松孝次, 能村商栄: 液状化過程における地盤変位が杭の応力に与える影響, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 426, pp. 107-113, 1991.
- 6) 大津宏康, 羽出山吉裕, 立石 章, 堀越研一: 兵庫県南部地震により被災した既成杭の損傷メカニズムに関する一考察, 第2回阪神・淡路大震災に関する学術講演会, pp. 127-134, 1997.
- 7) Mylonakis, G., Nikolaou, A., Gazetas, G.: Soil-Pile-Bridge seismic interaction: Kinematic and inertial effects. Part I: Soft soil, *Int. J. Earthquake Engrg. and Structural Dynamics*, Vol.26, pp.337-359, 1997.
- 8) Nikolaou, A., Gazetas, G.: Seismic design procedure for

kinematically stressed piles, *Proc. of 14th int. conf. on soil mech. and found. engrg.*, pp.253-260, 1997.

- 9) 時松孝次, 石崎定幸, 社本康広: 側方流動域の杭基礎被害に及ぼす動のおよび残留地盤変位の影響, 日本地震工学シンポジウム論文集, Vol. 10-2, pp. 1493-1498, 1998.
- 10) 松井 保, 南荘 淳, 安田扶律, 中平明憲, 黒田 兆次: 臨海埋立地盤における道路橋基礎杭の地震時損傷要因に関する考察, 土木学会論文集, No. 638/III-49, pp. 259-271, 1999.
- 11) 室野剛隆, 西村昭彦: 杭基礎の耐震設計における地盤変位と慣性力の組合せ, 地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, Vol.3, pp.1-8, 1999.
- 12) 南荘 淳, 安田扶律, 藤井康男, 田蔵 隆, 大槻 明, 淵本正樹, 中平明憲, 黒田兆次: 道路橋橋脚基礎杭の地震被災解析とその対策法に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 661/I-53, pp. 195-210, 2000.
- 13) 濱田純次, 菅野高弘, 上部達生, 上田 茂, 横田 弘: 斜杭式栈橋の地震時挙動に関する模型振動実験, 土木学会論文集, No. 682/I-56, pp. 101-113, 2001.
- 14) Nikolaou, S., Mylonakis, G., Gazsetas, G., Tazoh, T.: Kinematic Pile Bending during Earthquakes: Analysis and Field Measurements, *Geotechnique*, Vol. 51, pp. 425-440, 2001.
- 15) Luo, X., Murono, Y., Nishimura, A.: Verifying adequacy of the seismic deformation method by using real examples of earthquake damage, *Soil Dyn. and Earth. Engrg.*, No.22, pp.17-28, 2002.
- 16) 杭基礎の耐震問題に関する研究会(杭基礎耐震問題研究会): 地震時の地盤変形が杭の耐震性に及ぼす影響度に関する研究, 2000.
- 17) 齊藤正人: 地盤変形を受ける杭基礎の杭径寸法が杭体の損傷に及ぼす影響について, 土木学会論文集, No. 766/I-68, pp. 175-189, 2004.
- 18) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同解説耐震設計, 丸善, 1999.
- 19) 田治見宏: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, 第 2 回日本地震工学シンポジウム, pp. 55-60, 1966.
- 20) Nogami, T. and Novak, M.: Resistance of soil to a horizontally vibrating pile, *Int. J. Earthquake Engrg. and Structural Dynamics*, Vol.5, pp.249-261, 1977.
- 21) Veletsos, A. S. and Wei, Y. T.: Lateral and rocking vibration of footings, *Proc. ASCE*, No.97, SM9, pp.1227-1248, 1971.
- 22) 竹宮宏和, 片山吉史: フレキシビリティ法による群杭基礎の動的解析と設計への提案, 土木学会論文集, No. 489/I-27, pp. 207-215, 1994.

(2004. 6. 17 受付)

APPROPRIATE DIAMETER OF PILE FOUNDATIONS AFFECTED BY KINEMATIC AND INERTIAL INTERACTIONS

Masato SAITOH

It is known that the bending strain of pile foundations is generated not only by the inertial interaction due to superstructure, but also by the kinematic interaction due to large deformation of soft soil layers. Therefore, it is highly necessary to investigate the characteristic of pile bending due to kinematic and inertial interactions. The present study focuses on the appropriate diameter that minimizes the bending strain at the top of the piles when subjected to these interactions simultaneously. In this research, the relation between the diameter of pile and its bending strain is evaluated based on theoretical approaches. As a result, the appearance of the adequate diameter that minimizes the pile bending strain and its conditions are found and their characteristics are investigated.