

地盤変形を受ける杭基礎の杭径寸法が 杭体の損傷に及ぼす影響について

齊藤正人¹

¹正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255)
E-mail:saity@post.saitama-u.ac.jp

強震時、杭基礎は慣性力のみならず、地盤の強制変形により大きく損傷を受けることが既往の研究により明らかにされている。そのため、こうした地盤変形を考慮した杭基礎の耐震照査が、近年の耐震設計において実施される場合が多い。こうした地盤変形を受ける杭基礎を照査し、その結果、杭に要求される変形性能を満足しない場合、杭径をどのように変化させれば杭の損傷を抑制することができるのだろうか。本研究では、地盤変形のみを考慮した弾性波動論に基づく一様弾性地盤中の単杭の理論解により、杭先端と杭頭における曲げひずみを極大化させる杭径（不適径）が存在すること、そしてその特性について明らかにした。また、耐震照査で頻繁に利用される応答変位法とこれらの関係の整合性について検証した。

Key Words: kinematic bending, kinematic interaction, pile foundations, seismic design

1. はじめに

近年の耐震設計においては、軟弱地盤に埋設される杭基礎について、慣性力のみならず、地盤変形の影響を考慮した耐震照査が実施される場合が多い。これは、地盤変形が杭に及ぼす影響とその重要性について、過去の地震被害や地震観測において報告されてきたこと、また数多くの解析的・実証的研究により、それらの現象解明が進展したことによるものと考えられる^{1)~11)}。大平ら²⁾は、道路橋基礎杭の地震時ひずみの観測結果と理論解に基づき、軟弱地盤中の杭の地震時挙動に関する検討を行った。この研究から、杭先端支持層境界部に生じる大きな曲げひずみが、圧倒的に地盤変形に支配されていることを明らかにした。Luo et al.¹²⁾によれば、1995年兵庫県南部地震で被災した、2×2 正方形列 RC 杭の段落し部における crack 状況について、解析的検討からこれを地盤変形の影響であると結論付けている。また海外においてもこうした Kinematic 相互作用を受ける杭の曲げ挙動 (Kinematic Pile Bending) について、数多くの研究報告がなされている Nikolaou and Gazetas¹³⁾ の線形動的解析に基づく研究によれば、地盤変形による杭の曲げひずみは、一様地盤では杭頭近傍で増加し、硬軟 2 層からなる地盤におい

ては、その層境界付近で無視し得ない程度の大きな曲げひずみが生じることを明らかにしている。

地盤変形を考慮した耐震設計法としては応答変位法があり、実務設計の有効な手段として、特に鉄道構造物の耐震設計に定着している¹⁴⁾。室野・西村¹⁵⁾は、慣性力と地盤変形の位相差に着目し、これに基づく杭の応力発生メカニズムの解明と、地盤変位の影響を中心とした設計と慣性力の影響を中心とした設計の 2 段階法を提案した。前述した Luo et al.¹²⁾ による被害事例の検証解析も、この手法に基づいて実施されており、過去の地震被害を説明できることが実証されている。

以上のように、地盤の強制変形を受ける杭の挙動について、耐震設計に反映されるまでに研究が為されたと考えられる。しかし、未解明の点が未だ幾多も残されている。例えば、杭基礎耐震問題研究会の報告書¹⁶⁾の冒頭には、“小口径の杭を多数用いる場合と、少数の大口径の杭を用いる場合と、耐震性の観点からはどちらが優れているのか”、あるいは“地盤変形を考慮すると杭基礎の設計断面はどのように変わるのか”等の難しい課題が提起されている。本研究はこのような種々の課題の中から、“地盤の強制変形を受ける杭の杭径に最適解は存在するのか”というテーマを対象とするものである。例えば、上

部構造物の慣性力に加えて、地盤変形を考慮した杭の耐震照査において、杭の変形性能が要求性能を満足できなかった場合を想定する。一般に、慣性力のみを外力の対象とする場合には、杭径を大きくし、杭断面の曲げ剛性を増加させて、杭の曲げひずみを抑制しようとするかもしれない。しかし、著者による経験からすれば、地盤変形の影響を同時に受ける場合、杭径を増加させても杭の損傷が低下するどころか、損傷を助長する場合が少なからずあるというのが実感である。しかし現時点において、地盤変形を受ける杭の曲げひずみと杭径の関係について明らかにされていないのが現状である。そのため、設計実務のみならず研究レベルにおいても、この問題に対する対応策とその物理的解釈は示されておらず、この問題に対する解決は急務であると考えられる。この問題が解決されて、杭の曲げひずみを最小にする最適径が存在することになれば、できる限りその杭径に近づく方向で断面諸元を変更し、杭の損傷を抑制することができる。あるいは反対に、杭の曲げひずみを増大させる不適切な径（以下、不適径）が存在するならば、これを避ける方向に杭径を変化させることで、杭の損傷を抑制することができるであろう。このように、地盤変形の影響を受ける杭の曲げひずみと杭径の関係を明らかにすることは、杭基礎の耐震設計を、効率あるいは経済的に遂行する上で非常に重要な研究課題である。

そこで本研究では、上記特性を把握するための基礎的研究として、地盤変形のみを考慮した3次元波動論に基づく単杭の理論解を用いて、地盤変形による杭体の曲げひずみと杭径の関係を誘導した。本研究では、前述したように、地盤変形による杭の曲げひずみは、一様地盤では杭頭近傍で増加し、硬軟2層からなる地盤においては、その層境界付近で大きな曲げひずみが生じることが知られている¹³⁾。いずれの損傷パターンも耐震設計上重要であり、また学術的にもそれらの特性の解明は興味深い。しかし一度に両者を研究対象とするには範囲が広すぎる。加えてその損傷メカニズムも異なることが予想される。そこで本論文では、理論的取り扱いが比較的容易な前者の一様地盤における杭体の変形を研究の対象とする。また大平ら²⁾による研究から、杭先端の拘束条件によっては、杭頭のみならず杭先端の曲げひずみが増大する可能性がある。そこで、杭先端の曲げひずみと杭径の関係についても本論文において議論することにした。最後に、一様地盤における理論解から得られた杭径と杭の曲げひずみの関係が、現在の耐震照査に用いられている応答変位法から導かれ

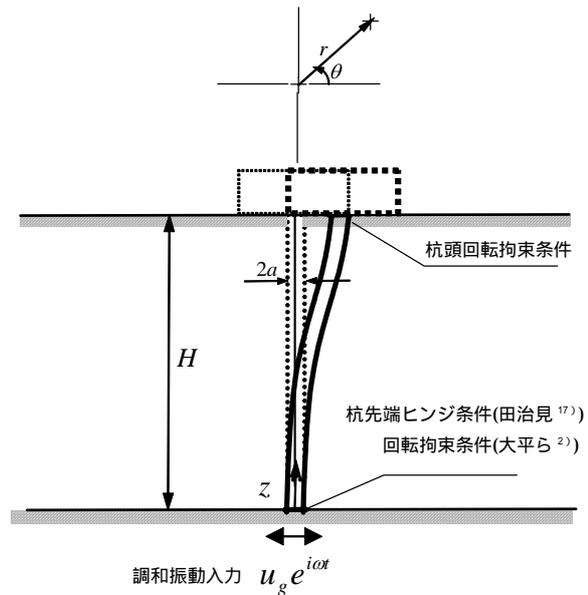


図-1 杭基礎の理論解析モデル

る関係と、どの程度整合しているか検証した。本論文は、以上の検討内容について報告する。

2. 理想化された杭の理論解に基づく最適径の検討

(1) 地盤変形を受ける杭の曲げひずみの誘導

本節では、弾性一様地盤における単杭の曲げひずみに関する理論解を誘導する。本研究では Nikolaou and Gazetas¹³⁾の線形動的解析に基づく研究と同様に、杭の変形の指標として曲げひずみ ε_p を用いる。改めてその理由を述べるまでもないが、曲げひずみは無次元量であり、杭の損傷を定量的に把握することができるため、杭の耐震性能を評価する際に有用だからである。本検討では、杭の曲げひずみを誘導するに際し、3次元波動論に基づき誘導された田治見による単杭の理論解¹⁷⁾を利用する。理論解析モデルを図-1に示す。表層地盤には円柱座標系 (r, θ, z) を設定し、表層地盤厚と基礎長を等しく H で与える。また杭半径を a とする。理論誘導過程においては、以下の条件を仮定している。

- (a) 表層地盤は弾性・均質であり剛な基盤層に支持されている。地盤材料の減衰特性は振動数に依存しない非粘性型 Voigt モデル¹⁸⁾とする。
- (b) 入力はSH波の調和振動入力とする。
- (c) 基礎とその周辺地盤は水平加振時も完全密着条件を満足する。
- (d) 杭頭は回転拘束とする。杭先端はヒンジとする。一般に地盤材料は、振動数に依存しない一定の減衰

を表す場合が多いことから，田治見による理論展開で仮定した振動数依存型の減衰特性から，振動数に依存しない非粘性型の減衰特性に変更した．後述する大平ら²⁾による理論解についても同様に変更した．

田治見の理論解を参照すれば，強制変形を受ける（慣性力の影響を無視した）杭変位の一般解は次式として得られる．

$$u_p = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\alpha_2 \Omega_n}{n^4 + \alpha_2 \Omega_n \xi_n^2} \frac{4u_g}{n\pi} \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{2H} z e^{i\omega t} \quad (1)$$

ここで，

$$\alpha_2 = \frac{\rho\pi a^2}{E_p I} \left(\frac{2H}{\pi} \right)^4 \omega_g^2$$

$$\Omega_n = \frac{K_1(x_a) + K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}}{x_a K_0(x_a) + K_1(x_a) - K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}}$$

$$x_a = \frac{\omega_g \xi_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_p}, y_a = \frac{\omega_g \xi_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_s}$$

$$V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, V_s^2 = \frac{\mu}{\rho}, \omega_g = V_s \frac{\pi}{2H}$$

$$\xi_n = \sqrt{n^2(1 + i2h_g) - \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2}$$

u_g は基盤層からの地動入力振幅， ω は角振動数， ω_g は表層地盤の非減衰固有角振動数， K_m は第 2 種変形 m 次ベッセル関数である．更に λ と μ は $\lambda^* = \lambda + i\lambda'$ と $\mu^* = \mu + i\mu'$ で定義される複素 Lamé 定数の実部であり，損失係数 $D_v = \lambda'/\lambda$ と $D_s = \mu'/\mu$ は地盤の体積膨張とせん断ひずみに関係付けられる．本研究では両損失係数を等しいものと仮定する．したがって地盤材料の減衰定数を h_g で表せば，両損失係数は $D_v = D_s = 2h_g$ となる¹⁹⁾． ρ は地盤材料の密度であり， V_p と V_s は P 波速度と S 波速度である．また E_p と I は杭のヤング率と断面 2 次モーメントである．

また，無限遠点 ($r \rightarrow \infty$) における表層地盤の基盤層に対する相対変位は次式で表される¹⁷⁾．

$$u_{suf} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4u_g}{n\pi} \frac{1}{\xi_n^2} \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{2H} z e^{i\omega t} \quad (2)$$

続いて，式(1)を用いて杭の曲げひずみ ε_p を求める．杭の曲げひずみは次式で与えられる．

$$\varepsilon_p = -a \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} \quad (3)$$

式(3)に式(1)を代入すれば次式となる．

$$\varepsilon_p = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a}{n^4 / (\alpha_2 \Omega_n) + \xi_n^2} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 u_g \sin \frac{n\pi}{2H} z e^{i\omega t} \quad (4)$$

一様地盤において，表層地盤の基盤入力に対する応答倍率が最も卓越するのは 1 次卓越振動数 ($\omega = \omega_g$) である．そして，表層地盤の 1 次モードが支配的となったとき，式(4)から，杭頭に最も大きな曲げひずみが生じることは明らかである．従って，以下の検討では，杭頭に生じる曲げひずみに着目することにする．これら条件を式(4)に適用した場合，以下のように変形できる．

$$\tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon_p \Big|_{\omega=\omega_g, z=H} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a}{n^4 / (\alpha_2' \tilde{\Omega}_n) + \tilde{\xi}_n^2} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) (-1)^{\frac{n-1}{2}} u_g e^{i\omega t} \quad (5)$$

ここで，

$$\tilde{\xi}_n = \sqrt{n^2(1 + i2h_g) - 1}$$

$$\tilde{\Omega}_n = \Omega_n(\tilde{\xi}_n)$$

$$\alpha_2' = \alpha_2 = \frac{\chi}{2(1+\nu)} \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \left(\frac{H}{a} \right)^2 \left(\frac{E_s}{E_p} \right)$$

ν と E_s は表層地盤のポアソン比とヤング率， $\chi = 1/(1 - b^4/a^4)$ は中空断面を有する杭の補正係数で， b は中空断面の内半径である．

式(5)から，表層地盤の 1 次卓越振動数において，杭頭の曲げひずみは地盤と基礎の剛性比 E_s/E_p に依存することがわかる．

また同様に，1 次卓越振動数 ($\omega = \omega_g$) における地表面の基盤層に対する相対変位 \tilde{u}_{suf} は，式(2)を利用して次式で表される．

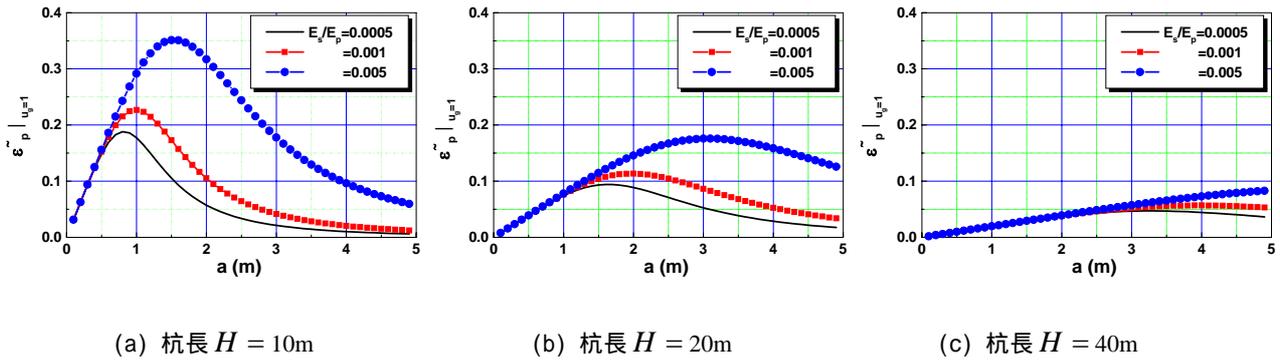


図-2 杭長 H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p をパラメータとした単位基盤入力あたりの杭頭曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ と杭半径 a との関係

$$\tilde{u}_{surf} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\zeta_n^2} u_g e^{i\omega t} \quad (6)$$

(2) 地盤変形を受ける杭の曲げひずみと杭径の関係式(5)を用いて、杭頭に生じる曲げひずみと杭径の関係について以下で検討する。解析パラメータは、式(5)を支配する杭長 H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p とする。杭長 H については、代表的な杭長である 10m, 20m, 40m の 3 種類を想定する。また地盤のヤング率 E_s については、耐震設計において一般的に地盤変形の影響を考慮する固有周期 0.5sec 程度の表層地盤¹⁴⁾ から、非線形化の影響を踏まえた軟弱地盤の取り得る範囲を鑑みて、せん断弾性波速度 $V_s = 40 \sim 160\text{m/s}$ に相当する E_s を用いる。杭のヤング率は内実のコンクリート製杭を想定し $E_s = 2.5 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ とする。また鋼管杭を想定する場合、鋼管のヤング率は一般に $E_s = 2.1 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ であるが、式(5)内に示す中空断面を有する杭の補正係数を含めると、一般に 1/10 程度となり内実コンクリート杭と同等となる。以上の諸元を踏まえ、本解析で評価する地盤と杭の剛性比 E_s/E_p を、1/2000 (0.0005), 1/1000 (0.001), 1/200 (0.005) の 3 種類とした。また本解析では、地盤の密度 $\rho = 1.8\text{t/m}^3$ 、ポアソン比 $\nu = 0.45$ 、減衰定数 $h_g = 0.05$ を用いる。ただし、ポアソン比 ν と減衰定数 h_g については、後ほどこれらを解析パラメータとした解析を実施し、その影響について議論する。

まず、横軸に杭半径 a 、縦軸に式(5)から得られた曲げひずみの単位地動入力に対する値(ここでは地動入力振幅 u_g を 1 とした値で、以下絶対値で示す)を図-2 に示す。全体的な傾向について考察すれば、杭半径 a が非常に小さい場合、杭頭の曲げひずみは零に収束する。そして、杭半径 a が大きくなると、

いずれのケースにおいても曲げひずみが最大となる径が現れる。そしてその最大点以降、曲げひずみは径の増加に伴い減少する特徴が見られる。つまり、曲げひずみを最小にする最適径はなく、その代わりに、曲げひずみを極大化させる不適径が存在することがわかる。そしてその不適径は、図-2(a)(b)(c)間の比較により、杭長 H が大きいほど大きな値を取ることがわかる。更に、杭長 H が大きいほど、杭径の違いが杭の曲げひずみに及ぼす影響は低下すると理解できる。地盤と杭の剛性比 E_s/E_p については、杭長が等しい場合、剛性比の減少に伴い、不適径の値も減少する傾向が見られる。

全体的な傾向は上述した通りである。しかし、マイクロパイルから大口径杭まで含めておよそ一般的な杭半径 a の取る範囲は、 $a = 0.1\text{m}$ から 1m 程度であると考えられる。そこでこの範囲における杭径と曲げひずみの関係について、再び考察してみる。その結果、この範囲における杭半径 a と曲げひずみの関係は線形と見なし得る特性を示していることがわかる。そのため、不適径は常に杭径を増加させる方向に位置しており、このことから、地盤変形の影響を受ける杭の杭径は、可能な限り小さくすることが望ましいと判断できる。また、この範囲においては、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p がほぼ同一の曲線に収束しており、剛性比 E_s/E_p におよそ依存しない特性となる。つまり、杭部材や地盤の剛性変化は、この範囲においては、曲げひずみに大きく影響を与えないということである。よって、地盤変形に対して杭の剛性を強化させる対策を講じて、曲げひずみを著しく減少させることはできないものと考えられる。それよりは、杭径をできるだけ小さくする努力をした方が、余程、杭の曲げひずみを減少させるには有効であるといった解釈が可能である。

それでは、どうしてこのような不適径を有する特

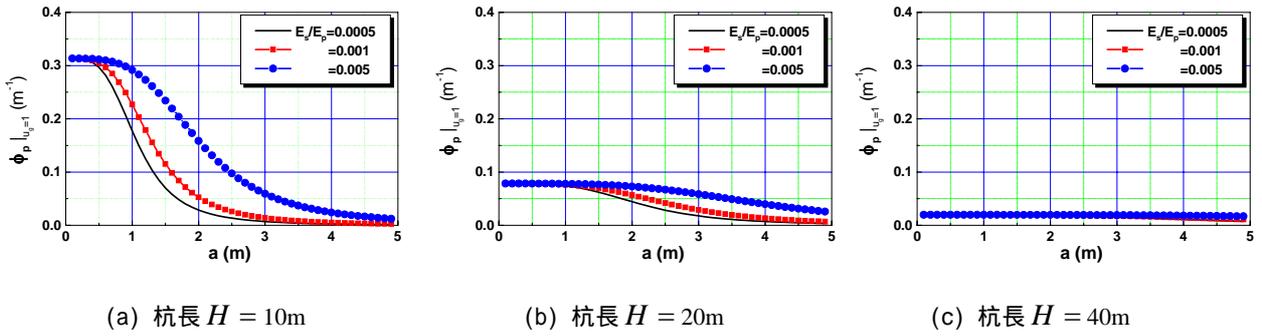


図-3 杭長 H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p をパラメータとした単位基盤入力あたりの杭頭曲率 ϕ_p と杭半径 a との関係

性が現れたのか以下で考察してみる．曲げひずみに関する式(5)を次式に変形すると理解しやすい．

$$\tilde{\varepsilon}_p = a\phi_p e^{i\omega t} \quad (7)$$

ただし，

$$\phi_p = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4 / (\alpha'_2 \tilde{\Omega}_n) + \tilde{\xi}_n^2} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) u_g \quad (8)$$

ここで， ϕ_p は杭頭部の曲率を表す．

本解析ケースにおける杭半径 a と単位基盤入力あたりの曲率 ϕ_p (地動入力振幅 u_g を 1 とした値で，以下絶対値で示す．また，単に曲率と呼称する) の関係を図-3 に示す．図-3 によれば，剛性比 E_s/E_p に依らず，曲率 ϕ_p は杭半径 a が小さくなるとある一定値に収束していることがわかる．これは，杭径が小さくなると杭の曲げ剛性が低下し，いずれ地盤変形に完全に一致するようになるためと考えられる．この曲率 ϕ_p の収束値は， $a \rightarrow 0$ とすれば式(5)の α'_2 が収束することから，式(8)を用いて次式で表される．

$$\lim_{a \rightarrow 0} \phi_p|_{u_g=1} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{\tilde{\xi}_n^2} \left(\frac{n\pi}{H^2} \right) \quad (9)$$

また杭半径 a が大きくなると曲率 ϕ_p は徐々に減少し，いずれ零に収束することがわかる．これについては，杭半径 a が増加して曲げ剛性が大きくなると杭体が地盤変形に追従し難くなり，最終的に杭体に変形が生じなくなるためと考えられる．ここで $a \rightarrow \infty$ とすれば $\alpha'_2 \rightarrow 0$ に収束することから，式(8)が零に収束することからも理解できる．よって，上述した特性を有する曲率の式(8)に，杭半径 a を乗じて求まる曲げひずみは，ある杭半径 a において極大値(不適径)を持つ形状になることが理解できる．

また図-3 によれば，剛性比 E_s/E_p が小さいほど，

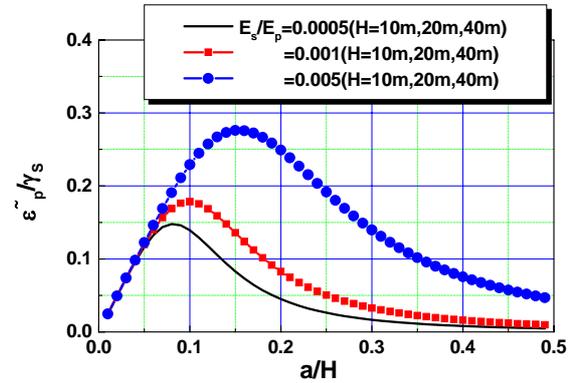


図-4 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係

曲率 ϕ_p の減少が小さな杭半径 a から始まっていることがわかる．このことは， α'_2 の第 3 項が剛性比 E_s/E_p を表しており，この値が小さいほど， α'_2 の零への収束が早まるためである．図-2 において，地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の減少に伴い，不適径が低下する傾向が見られたのは，杭径の増加に伴うそうした曲率の零への収束特性の違いによるものである．

それでは次に，なぜ杭長 H の増加に伴い不適径が増加するのかという点について考察してみる．本考察においては，表層地盤の 1 次卓越振動数における地表面の基盤に対する変位振幅(式(6))で式(5)を除いた後，その両辺に H を乗じて整理した次式を用いるとわかりやすい．

$$\frac{\tilde{\varepsilon}_p}{\gamma_s} = \frac{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{n\pi}{n^4 / (\alpha'_2 \tilde{\Omega}_n) + \tilde{\xi}_n^2} \left(\frac{a}{H} \right) (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\tilde{\xi}_n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}}} \quad (10)$$

ここで， $\gamma_s = \tilde{u}_{suf} / H$ である．

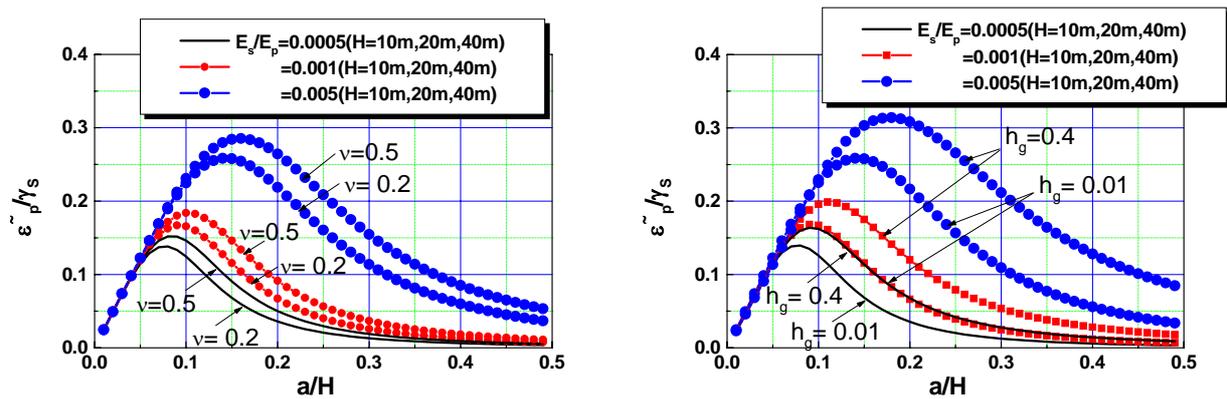


図-5 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係
(表層地盤のポアソン比(左図)と減衰定数(右図)の影響)

式(10)は、図-2に示した単位基盤入力あたりの杭頭曲げひずみとは異なり、地表面の基盤層に対する相対変位 \tilde{u}_{suf} をその層厚 H で除したせん断ひずみ(平均せん断ひずみ γ_s と呼称)で正規化された曲げひずみを表している。式(10)はその右辺からわかるように、基礎径長比 a/H の関数として表されている。つまり、杭長と杭径の異なる2つの杭体に、同じ平均せん断ひずみ γ_s を与えた場合、もしこの2つの杭体の基礎径長比 a/H が等しければ、同じ曲げひずみを杭頭に生じさせるということになる。ここで、図-2に示した解析ケースを式(10)で表記したものを図-4に示す。このように、杭長の異なる杭の曲げひずみは、基礎径長比 a/H が等しければ同じ平均せん断ひずみ γ_s を与えた場合に等しくなり、その極大値は一致することになる。しかしこの極大値は不適径を表しているのではなく、不適な基礎径長比 a/H を表していることになる。このことから、例えば杭長 H が2倍になると、その比率が等しいことから不適径も2倍となる。これが杭長 H の増加に伴い不適径が増加する理由である。またこの式(10)から導かれた特性は、本研究で対象とした杭径と曲げひずみの関係を統括する一般的性質の一つである。

最後に、表層地盤のポアソン比 ν と減衰定数 h_g の影響について検討する。この2つのパラメータは、式(10)を支配するパラメータであり、その影響程度を確認する必要がある。解析ケースは実諸元から大きく乖離しない程度の範囲を対象とし、ポアソン比 ν を0.2と0.5(0.499)とし、減衰定数 h_g を0.01と0.4とした。図-5に解析結果を示す。まずポアソン比 ν の効果について観察すると(図-5左)、ポアソン比 ν が大きいほど、正規化された曲げひずみは増加することがわかる。しかし、不適な基礎径長比

a/H の増加はあまり顕著ではなく、ポアソン比 ν を0.2から0.5(0.499)とした場合には、1.1倍程度の増加しか生じないことがわかる。更に標準的な杭諸元の範囲($a/H \leq 0.05$ ²³⁾)では、ポアソン比 ν が違って正規化された曲げひずみと不適な基礎径長比 a/H の関係はおおよそ一直線上に収束しており、実諸元においてポアソン比 ν の影響は小さいものと思われる。一方、減衰定数 h_g に着目すると(図-5右)、減衰定数 h_g が大きいほど、正規化された曲げひずみは増加することがわかる。しかし、ポアソン比 ν の場合と同様に、不適な基礎径長比 a/H の増加は余り顕著ではなく、減衰定数 h_g を0.01と0.4とした場合では、およそ1.2倍程度の増加が生じている。また標準的な杭諸元の範囲においては、減衰定数 h_g が異なってもおおよそ一直線上に収束しており、ポアソン比 ν の場合と同様に、減衰定数 h_g の違いが曲げひずみと杭径の関係に著しい影響を及ぼさないものと思われる。

(3) 杭先端回転拘束条件下における曲げひずみと杭径の関係

前項までは、杭先端の境界条件をヒンジ条件とした場合について検討してきた。しかし実際は、杭先端が完全なヒンジ条件になることは稀であり、通常は杭先端が基盤層に根入れされていたり、あるいは地盤の拘束圧により杭先端の拘束度が増加することで、杭先端は半回転拘束、あるいはほぼ回転拘束になる可能性がある。そこで本節の最後に、杭先端が回転拘束条件下にあるときの、杭頭における曲げひずみと杭径の関係について検討を行うことにする。また、大平ら²⁾による研究から、杭頭のみならず杭先端の曲げひずみが増大する可能性が指摘されてい

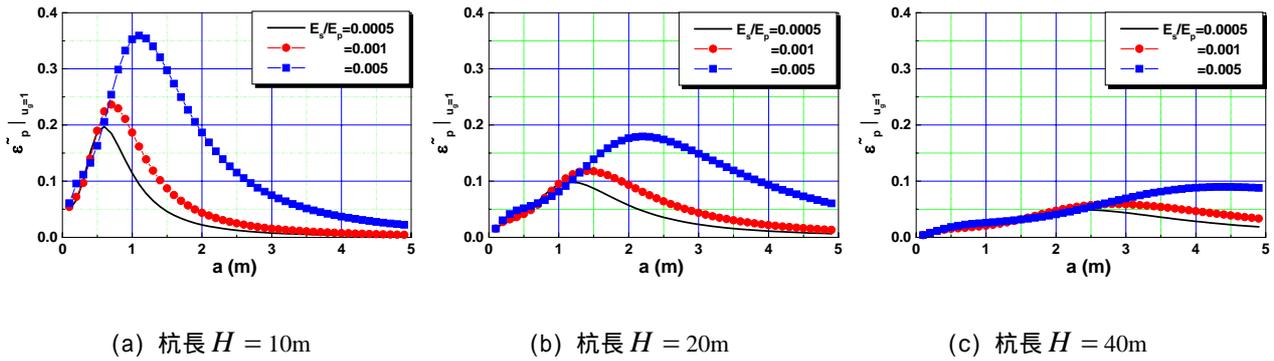


図-6 杭長 H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p をパラメータとした単位基盤入力あたりの杭頭曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ と杭半径 a との関係(杭先端回転拘束条件)

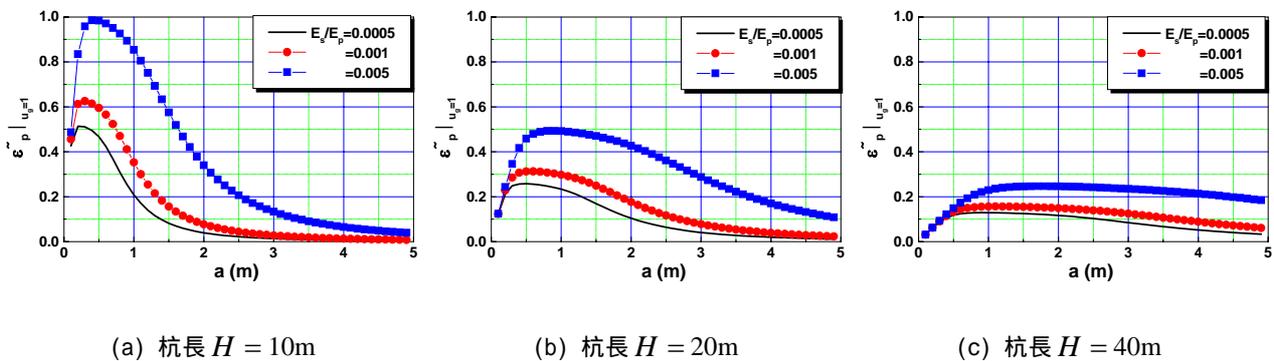


図-7 杭長 H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p をパラメータとした単位基盤入力あたりの杭先端曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ と杭半径 a との関係(杭先端回転拘束条件)

る．そのため，杭先端の曲げひずみと杭径の関係についても本節で同時に評価することにした．杭頭・杭先端回転拘束条件下における弾性一様地盤中の単杭の理論解（変位解と曲げひずみ解）は，大平ら²⁾による論文の中で誘導されている．付録Aに，その理論解から地盤変形に起因する項のみを抽出した曲げひずみの理論解を示したので参照されたい．本論文ではこの理論解を利用して，杭頭と杭先端の曲げひずみと杭径の関係を評価する．

本解析では，前項と同じ諸元を持つ解析ケースについて検討を行った．その結果を図-6（杭頭）と図-7（杭先端）に示す．まず杭頭位置に着目する．杭半径 a が非常に小さい場合，杭頭の単位入力当りの曲げひずみ（以下，曲げひずみと略称）は零に近接し，杭半径 a が大きくなるといずれの杭長においても曲げひずみが極大化する不適径が現れる．そしてその極大点以降，曲げひずみは径の増加に伴い減少する特徴が見られる．こうした特徴は，杭先端の境界条件が異なっても，杭頭位置での曲げひずみと杭径の関係に大きな違いは生じないものと思われる．しかし不適径の値は，杭先端ヒンジ条件の場合と対

比して，いずれの杭長や剛性比においても0.7倍程度減少する傾向を示している．ただし杭頭の曲げひずみの値自体は，杭先端の拘束条件によらず，不適径位置においておよそ同程度の値を示している．

一方，杭先端位置の曲げひずみと杭径の関係について着目すると，杭頭位置と同様に曲げひずみが極大化する不適径が現れていることがわかる．しかし不適径の値は，杭頭に比べて0.5倍程度小さな値を取ることがわかる．また曲げひずみの値は杭頭部のおよそ2倍以上の大きな値を示している．

この杭先端回転拘束条件における杭の曲げひずみの理論解は，同次解が付加されることから，ヒンジ条件における理論解に比べて煩雑である（付録A）．そのため，前項のように理論解からその特性を解釈することは容易ではない．そこで，この曲げひずみと杭径の関係が，杭先端ヒンジ条件下における関係と類似していることを理由に，式(10)に示した平均せん断ひずみ γ_s で正規化した曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係を，全ての解析ケースについて求めてみる．その結果を図-8に示す．この解析結果によれば，杭先端回転拘束条件下における，杭長の異なる

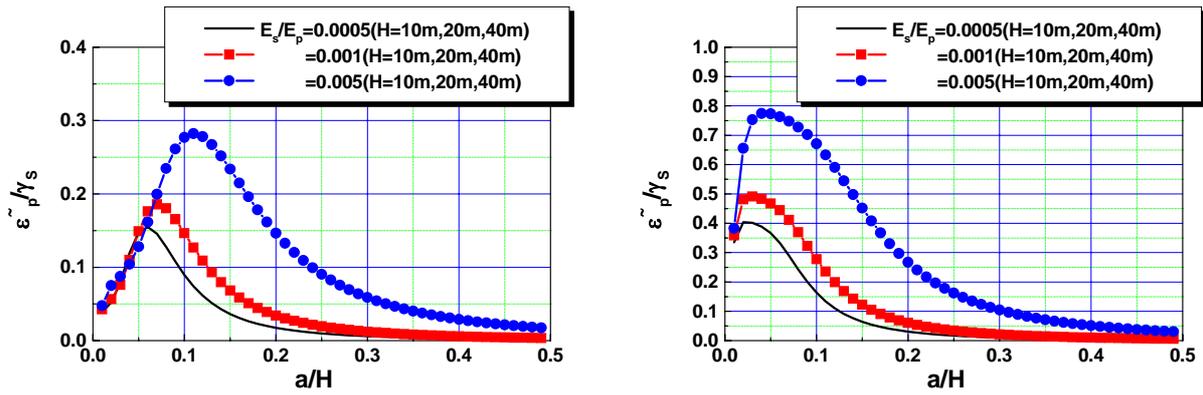


図-8 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭（左）・杭先端（右）曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係（大平ら²⁾に基づく杭頭・杭先端回転拘束条件下の理論解）

る杭の杭頭・杭先端曲げひずみは、地盤の平均せん断ひずみ γ_s が等しく作用した場合、基礎径長比 a/H が等しければ等しいことを意味している。この特性は、杭先端をヒンジ条件にした場合と全く同じ特性であり、杭頭のみならず杭先端の曲げひずみについても成り立つ特性であることがわかる。ところで杭先端をヒンジ条件とした場合には、不適径の値は一般的な杭径の範囲（杭半径 $a=0.1\text{m}$ から 1.0m ）と比べて、概して常に大きい値と考えることができた。この特性は、杭先端を回転拘束したときの杭頭においても同様であると言える。しかし、杭先端においては、いずれの杭長と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p においても、およそ不適径が一般的な諸元の範囲内に入っていることが図-8 から判断できる。そのため、杭径を小さくすることが曲げひずみを減少させる唯一の方法ではなく、杭径を大きくすることで曲げひずみを抑制することが有効な手段となる可能性が示唆される。この点が、杭頭における特性と大きく異なる特徴である。

それでは、杭先端が回転拘束条件となることで、なぜ不適径の値が低下するのであろうか。前項では、杭先端をヒンジ条件としたときに、杭頭位置における曲げひずみと杭径の関係を、剛性比 E_s/E_p の観点から考察した。その中で著者は、剛性比 E_s/E_p が小さいほど杭が地盤に追従し難くなり、その結果、杭径の小さい段階で曲率低下が始まることから、不適径が小さくなることを説明した。つまり、杭が地盤に追従し難い状況ほど、不適径が低下すると予想される。このことは杭の拘束条件にも当てはまると考えられる。つまり、杭先端を回転拘束条件とした場合、杭先端をヒンジ条件としたときよりも、杭には変形に対する拘束効果が相対的に強く働くことにな

る。そのため、杭は地盤の変形に追従し難くなると考えられる。式の上で考えてみると、杭先端をヒンジ条件として杭変形を求めれば、式(1)に示すように、杭変形は地盤変形と同じ基底関数を有することになる。しかし、杭先端を回転拘束条件とした場合には、大平ら²⁾に示されるように（付録Aを参照）、地盤変形とは異なる基底関数が同次解に含まれることとなる。そのため、杭先端を回転拘束条件とすることで、地盤変形に追従し難い性質を帯びることになるのである。その結果、不適径の値はヒンジ条件に比べて小さな値を取ることになると考えられる。

それでは本項の最後に、ポアソン比 ν と減衰定数 h_g の影響について考察する。前項の杭先端ヒンジ条件下での検討と同様に、ポアソン比 ν を 0.2 と 0.5 (0.499) とし減衰定数 h_g を 0.01 と 0.4 とし解析を行った。図-9 に平均せん断ひずみ γ_s で正規化した曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係を示す。まずポアソン比 ν の影響に着目する。杭頭部においては、ポアソン比 ν の増加に伴い、正規化された曲げひずみと不適な基礎径長比 a/H は増加することがわかる。しかし、ポアソン比 ν を 0.2 から 0.5 (0.499) とした場合、不適な基礎径長比 a/H の増加程度は、杭先端をヒンジ条件とした場合と同様に 1.1 倍程度であり、その影響は無視し得る程度と思われる。また杭先端については、ポアソン比 ν の増加に伴い正規化された曲げひずみは増加するが、不適な基礎径長比 a/H はほとんど変わらないことが確認できる。次に、減衰定数 h_g の影響について考察する（図-10）。杭頭部については、減衰定数 h_g の増加に伴い正規化された曲げひずみは増加する傾向にある。しかしポアソン比 ν の場合と同様に、不適な基礎径長比 a/H の増加は余り顕著ではなく、減衰定数 h_g を 0.01 と 0.4 とし

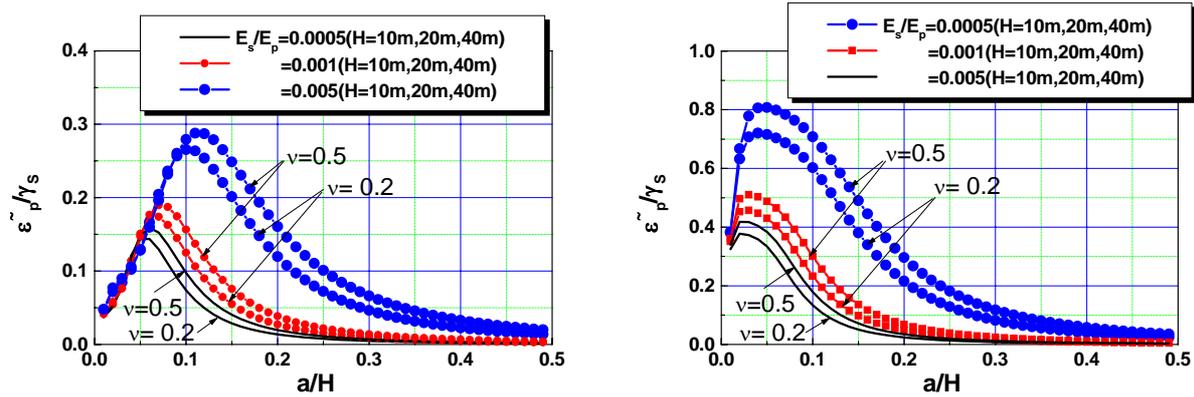


図-9 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭の曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係
(ポアソン比の影響：杭頭部(左図)と杭先端部(右図))

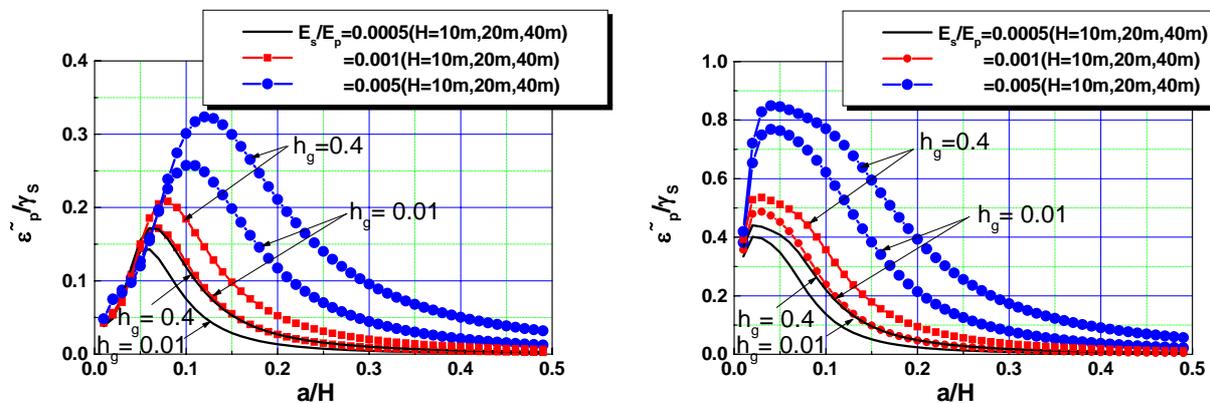


図-10 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭の曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係
(減衰定数の影響：杭頭部(左図)と杭先端部(右図))

た場合は、およそ1.2倍程度の増加が生じている。また標準的な杭諸元の範囲 ($a/H \leq 0.05$) においては、減衰定数 h_g が異なってもおよそ1直線上に収束しており、ポアソン比 ν と同様に減衰定数 h_g の違いが曲げひずみと杭径の関係に著しい影響を及ぼさないものと思われる。この特性は、杭先端をヒンジ条件とした場合と同様の傾向にあるといえる。杭先端においては、減衰定数 h_g が増加しても不適な基礎径長比 a/H は変化しないことがわかる。

以上の検討から、設計実務の範囲においては、杭頭部と杭先端部における不適な基礎径長比 a/H の値は、ポアソン比 ν と減衰定数 h_g に大きな影響を受けないことが明らかとなった。

3. 応答変位法に基づく曲げひずみと杭径の関係について

(1) 応答変位法に基づく地盤変位を受ける杭の曲げひずみと杭径の関係(杭先端ヒンジ条件)

本節では、設計実務において用いられている応答変位法に着目し、前節で得られた一様地盤における杭の杭径と曲げひずみの関係が、応答変位法による関係とどの程度整合が取れているのか検証する。ここでは、応答変位法の基礎となる以下の運動方程式²⁰⁾から、検討を進めることにする。

$$E_p I \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} = -KD(u_p - u_s) \quad (11)$$

ここで、 u_s は表層地盤の変位振幅、 K は杭側面に

作用する単位杭長当りの水平地盤反力度，また D は杭の直径であり， $D = 2a$ の関係にある．

前節で検討したものと同様に，表層地盤は弾性・均質であり，剛な基盤層に支持されているものとする．また杭頭を回転拘束，杭先端をヒンジ条件とする．表層地盤の変位振幅は，設計実務における簡便さを踏まえ，1次元の波動方程式から求まる次の変位式²¹⁾を用いる．

$$u_s = \hat{u}_{suf} \sin \frac{\omega}{V_s} z \quad (12)$$

ここで \hat{u}_{suf} とは，基盤に対する地表面の相対変位振幅を表す．式(11)の同次解と，式(12)を踏まえた特解を求め，杭頭と杭先端の境界条件を代入すれば，地盤の強制変位を受ける杭の一般解は次式となる．

$$u_p = \frac{1}{1 + \frac{\omega^4}{4\lambda_p^4 V_s^4}} \left(\hat{u}_{suf} \sin \frac{\omega}{V_s} z \right) \quad (13)$$

ここで，

$$\lambda_p^4 = \frac{KD}{4EI}$$

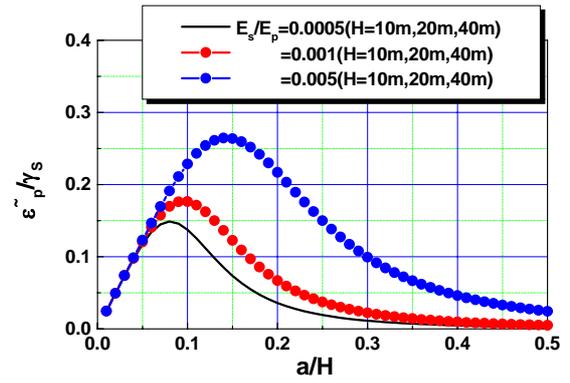
次に，式(13)から杭の曲げひずみを求める．曲げひずみは式(3)に式(13)を代入することにより得られる．曲げひずみは次式で表される．

$$\varepsilon_p = \frac{a \left(\frac{\omega}{V_s} \right)^2}{1 + \frac{\omega^4}{4\lambda_p^4 V_s^4}} \left(\hat{u}_{suf} \sin \frac{\omega}{V_s} z \right) \quad (14)$$

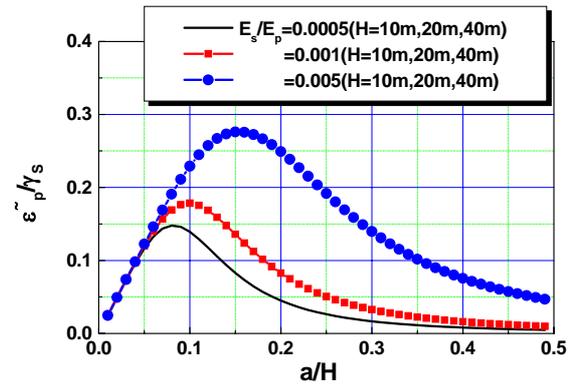
前節と同様に，表層地盤の1次卓越振動数($\omega = \omega_g$)における杭頭位置の曲げひずみ($z = H$)を条件として付加し，更に式(10)と同様に表層地盤の平均せん断ひずみ γ_s で正規化すれば，次式が得られる．

$$\frac{\tilde{\varepsilon}_p}{\gamma_s} = \frac{H \varepsilon_p \Big|_{\omega=\omega_g, z=H}}{\hat{u}_{suf}} = \frac{\beta_1 \left(\frac{a}{H} \right)}{1 + \beta_0 \left(\frac{a}{H} \right)^4 \left(\frac{E_p}{E_s} \right)} \quad (15)$$

ここで，



(a)応答変位法による解析結果



(b)単杭の理論解による解析結果 (図-4 再掲)

図-11 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭曲げひずみ $\tilde{\varepsilon}_p$ の関係 (応答変位法と理論解との比較)

$$\beta_0 = \frac{5\pi^5}{384} \cong 3.985$$

$$\beta_1 = \frac{\pi^2}{4} \cong 2.467$$

ただし式(15)は， λ_p に含まれる相互作用ばね KD の評価式として，Gazetas and Dobry²²⁾ による以下の算定式を用いた．

$$KD = 1.2E_s \quad (16)$$

式(15)の右辺を見ると，単杭の理論解から誘導した式(10)と同様に，基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数として表されていることがわかる．この式(15)を前節と同様の解析ケースの諸元に基づいて求めたものが図-11 である．前節で検討した理論解に基づく結果と比較してみると，不適な基礎径

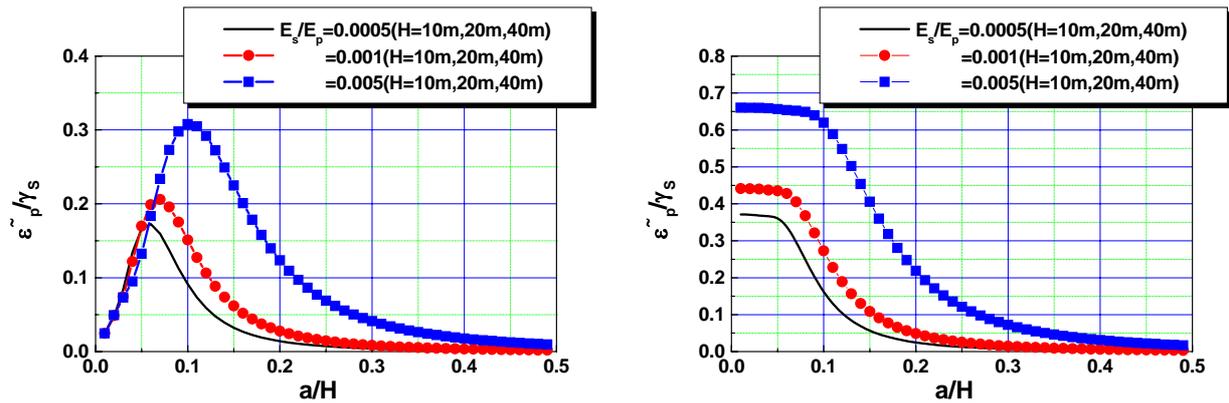


図-12 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭（左）・杭先端（右）曲げひずみ $\tilde{\epsilon}_p$ の関係
 (応答変位法に基づく杭頭・杭先端回転拘束条件下の解析解: Gazetas and Dobry²²⁾ の相互作用ばねを使用)

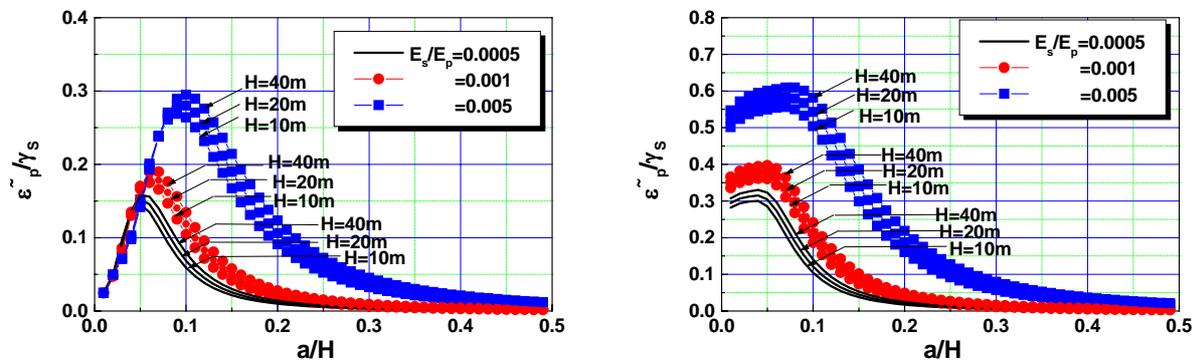


図-13 基礎径長比 a/H と地盤の単位平均せん断ひずみを受ける杭頭（左）・杭先端（右）曲げひずみ $\tilde{\epsilon}_p$ の関係
 (応答変位法に基づく杭頭・杭先端回転拘束条件下の解析解: 鉄道標準の水平地盤反力係数²³⁾ を使用)

長比 a/H の値は、図-5 に示したポアソン比 ν と減衰定数 h_g による変動範囲に含まれている。またそのときの正規化された曲げひずみの値も同様に含まれていると考えることができる。以上のことから、杭先端をヒンジ条件とした場合において、応答変位法から得られる曲げひずみと杭径の関係は、理論解による関係を適切に表現していることがわかる。

(2) 応答変位法に基づく地盤変位を受ける杭の曲げひずみと杭径の関係（杭先端回転拘束条件）

次に、前節の理論解による検討と同様に、杭先端を回転拘束条件とした場合の杭径と曲げひずみの関係について確認する。杭先端を回転拘束条件としたときの曲げひずみは次式から求まる。

$$\begin{aligned}
 u_p = & e^{\lambda_p z} (A \cos \lambda_p z + B \sin \lambda_p z) + e^{-\lambda_p z} (C \cos \lambda_p z + D \sin \lambda_p z) \\
 & + \frac{1}{1 + \frac{\omega^4}{4\lambda_p^4 V_s^4}} \left(\hat{u}_{surf} \sin \frac{\omega}{V_s} z \right)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

ここで、 A, B, C, D は杭頭と杭先端の境界条件から定まる未定係数である。付録 B にこれら未定係数の誘導過程を記載したので参照されたい。前項と同様に、表層地盤の 1 次卓越振動数 ($\omega = \omega_g$) における杭頭位置の曲げひずみ ($z = H$) を条件として付加し、表層地盤の平均せん断ひずみ γ_s で正規化すれば、図-12 に示すような結果が得られる。

杭頭位置に着目すると、図-8 に示した大平ら²⁾ による理論解と、図-9 と図-10 に示したポアソン比 ν と減衰定数 h_g をパラメータとした解析結果と比較して、ほぼ同等もしくはこれらに含まれる不適な基礎径長比 a/H の値を取ることがわかる。一方で、

杭先端について観察すれば、正規化された曲げひずみを極大化させる不適な基礎径長比 a/H が現れないことがわかる。その代わりに、基礎径長比 a/H の減少に伴い正規化された曲げひずみが増加し、一定値に収束する傾向が現れている。このように、杭先端回転拘束条件下においては、理論解から求まる杭先端の正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係と、応答変位法から求まる関係には、相違のあることがわかる。そのため、理論的には杭径を小さくすることで曲げひずみを減少させることが可能であっても、応答変位法を用いた場合にはそうした効果を評価することができない場合があることを示唆している。

この相違が生じる要因は、地盤と基礎の相互作用ばねに起因するものと思われる。つまり、本解析では、式(16)に示した Gazetas and Dobry²²⁾によるばねを用いている。このばねは、杭長が十分に長く柔性が高いときに適用可能であるとその論文²²⁾の中で述べられている。つまり Chang の方法に見るように、およそ杭先端の拘束効果が無視できる条件を満足する場合と言える。そのため、杭先端をヒンジ条件とする場合にはそれほど大きな問題はないと考えられる。しかし、杭先端を回転拘束条件とする本解析ケースでは条件が異なるため、その使用は適切でないと考えられる。それでは、載荷試験に基づく鉄道構造物の設計水平地盤反力係数²³⁾を用いて相互作用ばねを評価したらどうであろうか。相互作用ばねは次式で与えられる。

$$KD = 0.6E_s D^{0.25} \quad (18)$$

式(18)を用いて応答変位法に基づき解析した場合の解析結果を図-13に示す。鉄道構造物の設計水平地盤反力係数を用いた相互作用ばねを用いた場合、杭先端の正規化された曲げひずみを極大化させる不適な基礎径長比 a/H が現れることがわかる。ただし、その値は理論解に比べて1.5倍程度大きい。また図-13に示した特性は理論解と異なり、基礎径長比 a/H と表層地盤の平均せん断ひずみ γ_s で正規化しても一曲線に収束しないことがわかる。

以上のことから、応答変位法による杭先端の曲げひずみと杭径の関係を理論解に近づけるためには、適切な相互作用ばねを設定しなければならないことがわかる。しかし現時点では、地盤の強制変形を受ける杭の水平地盤反力係数を、杭先端の境界条件に応じて適切に表現した評価式はないものと思われる。この点は、地盤変形を受ける杭の動特性を評価する

上で非常に重要な課題であるため、今後更なる検討を行う必要がある。

4. 結論

上記所論を要約すると以下ようになる。

(1) 本研究では、一様弾性地盤中の単杭を対象に、地盤変形による杭体の曲げひずみと杭径の関係を、理論的考察により明らかにした。本検討では、剛基盤に支持される均質弾性地盤を仮定した田治見の理論解¹⁷⁾を用いて、杭先端ヒンジ・杭頭回転拘束条件下における杭の曲げひずみと杭径の関係式を誘導した。その結果、表層地盤の1次卓越振動数において、曲げひずみを最小にする最適径はなく、その代わりに、曲げひずみを最大にする不適径が存在することが判明した。また、地盤と杭の剛性比 E_s/E_p が低下すると、不適径が小さくなることを明らかにした。この曲げひずみと杭径の関係を更に一般化し、地表面の基盤層に対する相対変位 \tilde{u}_{surf} をその層厚 H で除したせん断ひずみ(平均せん断ひずみ γ_s) で曲げひずみを正規化した。この正規化された曲げひずみは、基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数として表すことができた。

(2) 杭先端ヒンジ・杭頭回転拘束条件下において、一般的な基礎径長比 a/H の取る範囲 ($a/H \leq 0.05$) では、基礎径長比 a/H と正規化された曲げひずみは線形関係にあると見なすことができる。そのため、地盤変形のみを受ける杭の基礎径長比 a/H は、可能な限り小さくすることが望ましいと判断できる。また不適な基礎径長比 a/H の値は、表層地盤のポアソン比や減衰定数の変化には大きな影響を受けない傾向にあった。実務的には、杭長を変化させないことが前提となるため、この場合、杭径を小さくすることにより、曲げひずみを抑制することになる。また、一般的な基礎径長比 a/H の範囲では、正規化された曲げひずみは地盤と杭の剛性比 E_s/E_p に大きく依存しない特性となった。

(3) 杭先端・杭頭回転拘束条件を適用した大平らによる理論解を用いて、杭頭・杭先端の曲げひずみと杭径の関係について検討した。その結果、杭先端と杭頭の曲げひずみと杭径の関係は、杭先端をヒンジ条件した場合と同様に、曲げひずみが極大化する不適径が存在することが明らかとなった。また杭頭における不適径の値は、杭先端ヒンジ条件の場合と対比して、いずれの杭長や剛性比においても0.7倍程度減少する傾向を示していた。一方、杭先端位置

における不適径の値は，杭頭に比べて0.5倍程度小さな値を取ることがわかった．また，杭先端をヒンジ条件とした検討と同様に，平均せん断ひずみ γ_s で曲げひずみを正規化すると，杭頭と杭先端の正規化された曲げひずみは，それぞれ基礎径長比 a/H と地盤と杭の剛性比 E_s/E_p の関数として表すことができた．

(4) 杭先端を回転拘束条件とした場合，杭頭部については不適な基礎径長比 a/H が，一般的な基礎径長比 a/H の範囲に入ることはなく，基礎径長比 a/H を小さくすることにより，杭の損傷を抑制することができることがわかった．一方で，杭先端においては，不適な基礎径長比 a/H が，一般的な基礎径長比 a/H の範囲に入ることを明らかにした．そのため，杭長を一定とした場合，不適径よりも大きな杭径を持つ杭に対しては，杭径を小さくすることに加えて，杭径を大きくすることにより，曲げひずみを抑制することができる可能性が示唆された．

(5) 正規化された曲げひずみと基礎径長比 a/H の関係について，理論解と応答変位法の両者を比較した結果，以下のことが明らかとなった．まず，杭先端ヒンジ・杭頭回転拘束条件とした場合，応答変位法から得られる曲げひずみと杭径の関係は，理論解による関係を適切に表現していることが判明した．一方，杭先端・杭頭回転拘束条件とした場合，杭頭部については杭先端ヒンジ条件と同様に，理論解による関係を適切に表現している結果となった．しかし杭先端の関係は，Gazetas and Dobry²²⁾による相互作用ばねを用いた場合，理論解と異なり不適な基礎径長比 a/H が現れず，基礎径長比 a/H が小さい範囲の正規化された曲げひずみは一定値に収束する傾向にあった．これに対して，鉄道構造物の設計水平地盤反力係数²³⁾に基づく相互作用ばねを用いた場合，不適な基礎径長比 a/H が現れるようになった．しかし，その不適な基礎径長比 a/H は理論解と比べて1.5倍程度大きな値を示すことや，正規化された曲げひずみが杭長が異なると一曲線に収束しない点が理論解と異なることが判明した．そのため，応答変位法による杭先端の曲げひずみと杭径の関係を理論解に近づけるためには，適切な相互作用ばねを設定しなければならないことが示唆された．

(6) 最後に，本研究は地盤の強制変形のみの影響を受ける一様弾性地盤の単杭を対象とした基礎的研究であり，限られた条件下での杭体の損傷と杭径の基本的特性を評価したものであることを強調しておく．そのため，上部構造物からの慣性力による影響，表層地盤の高次モードの影響，あるいは地盤の非線

形性の影響等については未解明であり，今後，更なる検討が必要と思われる．加えて，本論の冒頭に述べたように，地盤の強制変形により損傷を受ける杭には，剛性の異なる地盤の層境界付近で，大きな曲げひずみが生じることが知られている．この問題については，その損傷のメカニズムが本問題と異なることが予想される．これについても今後更なる検討を実施し，杭体の損傷程度と杭径の関係を解明する必要がある．

謝辞：本研究を実施するにあたり，(財)鉄道総合技術研究所の室野剛隆氏，(株)アースラボラトリーの鶴見哲也氏には，大変貴重なご意見を頂いた．ここに深謝の意を表する．

付録A 杭先端回転拘束条件下における杭の曲げひずみ解について

大平ら²⁾による杭先端回転拘束条件下における単杭の理論解を参考にして，地盤変形に起因する曲げひずみの理論解を誘導すれば次式が得られる．

$$\begin{aligned} \varepsilon_p = a \left[A_g \left\{ \lambda^2 \sin \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 \bar{f}(\omega) \alpha_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \right. \\ + B_g \left\{ \lambda^2 \cos \lambda z + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 \bar{f}(\omega) \beta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\ - C_g \left\{ \lambda^2 \sinh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 \bar{f}(\omega) \gamma_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \\ \left. - D_g \left\{ \lambda^2 \cosh \lambda z - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 \bar{f}(\omega) \delta_n \sin \frac{n\pi}{2H} z \right\} \right. \\ \left. + \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 g(\omega) \sin \frac{n\pi}{2H} z \right] u_g e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (A-1)$$

ここで，

$$\begin{aligned} \bar{f}(\omega) &= \frac{-\alpha_2 (-1)^{n-1} \xi_n^2 \Omega_n}{n^4 - \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \xi_n^2 \Omega_n} \\ g(\omega) &= \frac{\alpha_2 [\Omega_n + (\rho_p / \rho) (4/n\pi)]}{n^4 - \alpha_2 (\rho_p / \rho) (\omega / \omega_g)^2 + \alpha_2 \xi_n^2 \Omega_n} \end{aligned}$$

$$\lambda^4 = \rho_p \pi a^2 \omega^2 / EI$$

ただし, $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, \delta_n$ は $\sin \lambda z, \cos \lambda z, \sinh \lambda z, \cosh \lambda z$ をそれぞれフーリエ級数に展開したときのフーリエ係数である。また, ρ_p は杭の密度である。ただし, 本研究では地盤の強制変形による影響を評価することを目的としているため, 杭体の慣性力の影響が無視できる程度の小さな値に設定した。式(A-1)の A_g, B_g, C_g, D_g は次式で与えられる。

$$A_g = \tan \lambda H \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)}, \quad B_g = -D_g = \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)}$$

$$C_g = \tanh \lambda H \frac{\zeta_g(\omega)}{\Gamma(\omega)} \quad (\text{A-2})$$

上式において,

$$\Gamma(\omega) = \left[\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \alpha_n \right] \tan \lambda H$$

$$+ \left[\lambda + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) \gamma_n \right] \tanh \lambda H$$

$$+ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) \bar{f}(\omega) (\beta_n - \delta_n)$$

$$\zeta_g(\omega) = - \left(\frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2H} \right) g(\omega)$$

付録 B 応答変位法に基づく杭先端回転拘束条件下における杭の曲げひずみ解について

応答変位法に基づく杭頭・杭先端回転拘束条件を以下に示す。杭先端の境界条件は, 杭の水平変位が零(B-1), 杭のたわみ角が零(B-2)の2条件で与えられる。また杭頭の境界条件は, 大平ら²⁾の境界条件と同様に, 杭のたわみ角が零(B-3), 杭頭に作用する水平荷重が零(B-4)の2条件である。

$$u_p \Big|_{z=0} = 0 \quad (\text{B-1})$$

$$\frac{du_p}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (\text{B-2})$$

$$\frac{du_p}{dz} \Big|_{z=H} = 0 \quad (\text{B-3})$$

$$\frac{d^3 u_p}{dz^3} \Big|_{z=H} = 0 \quad (\text{B-4})$$

本論の式(20)を上式(B-1)(B-2)(B-3)(B-4)に代入してマトリクス表示すれば次式となる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ b_p & a_p & -a_m & b_m \\ a_p & -b_p & -b_m & -a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \kappa \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B-5})$$

ここで,

$$a_p = e^{\lambda_p H} (\cos \lambda_p H + \sin \lambda_p H)$$

$$a_m = e^{-\lambda_p H} (\cos \lambda_p H + \sin \lambda_p H)$$

$$b_p = e^{\lambda_p H} (\cos \lambda_p H - \sin \lambda_p H)$$

$$b_m = e^{-\lambda_p H} (\cos \lambda_p H - \sin \lambda_p H)$$

$$\kappa = \frac{\omega}{\lambda_p V_s} \frac{\hat{u}_{surf}}{1 + \frac{\omega^4}{4\lambda_p^4 V_s^4}}$$

ただし本論文では, 表層地盤の1次卓越振動数における特性の評価を対象としていることから, 角振動数 ω には1次角固有振動数 ω_g を用いて計算を行う。式(B-5)左辺のマトリクスについてその逆行列を求め, それを両辺に乘じれば, 未定係数を求めることが出来る。

参考文献

- 1) 水野二十一: 6 竣工後に生じる問題点と対策 1 地震時, 建築技術, No.360, pp.67-87, 1981.
- 2) 大平 彰, 田蔵 隆, 中桧 新, 清水勝美: 軟弱地盤中の基礎杭の地震時挙動特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No.362/1-14, pp.417-426, 1985.
- 3) Mizuno, H.: Pile damage during earthquake in Japan(1923-1983), Dynamic Response of Pile Foundations, ASCE, Geotechnical Special Publication, No.11, pp.53-78, 1987.
- 4) 和泉正哲, 栗田 哲, 林田敏弘, 小駒 勲: 地震時における建築物を支持する杭の力の伝達機構に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文報告集 No.394, pp.118-129, 1988.

- 5) 時松孝次, 能村商栄: 液状化過程における地盤変位が杭の応力に与える影響, 日本建築学会構造系論文報告集, No.426, pp.107-113, 1991.
- 6) 大津宏康, 羽出山吉裕, 立石 章, 堀越研一: 兵庫県南部地震により被災した既成杭の損傷メカニズムに関する一考察, 第2回阪神・淡路大震災に関する学術講演会, pp.127-134, 1997.
- 7) Mylonakis, G., Nikolaou, A., Gazetas, G.: Soil-Pile-Bridge seismic interaction: Kinematic and inertial effects. Part I: Soft soil, *Int. J. Earthquake Engrg. and Structural Dynamics*, Vol.26, pp.337-359, 1997.
- 8) 時松孝次, 石崎定幸, 社本康広: 側方流動域の杭基礎被害に及ぼす動的および残留地盤変位の影響, 日本地震工学シンポジウム論文集, Vol.10-2, pp.1493-1498, 1998.
- 9) 松井 保, 南莊 淳, 安田扶律, 中平明憲, 黒田兆次: 臨海埋立地盤における道路橋基礎杭の地震時損傷要因に関する考察, 土木学会論文集, No.638/ -49, pp.259-271, 1999.
- 10) 南莊 淳, 安田扶律, 藤井康男, 田蔵 隆, 大槻 明, 淵本正樹, 中平明憲, 黒田兆次: 道路橋脚基礎杭の地震被災解析とその対策法に関する研究, 土木学会論文報告集, No.661/1-53, pp.195-210, 2000.
- 11) 濱田純次, 菅野高弘, 上部達生, 上田 茂, 横田 弘: 斜杭式栈橋の地震時挙動に関する模型振動実験, 土木学会論文集, No.682/1-56, pp.101-113, 2001.
- 12) Luo, X., Murono, Y., Nishimura, A.: Verifying adequacy of the seismic deformation method by using real examples of earthquake damage, *Soil Dyn. and Earth. Engrg.*, No.22, pp.17-28, 2002.
- 13) Nikolaou, A., Gazetas, G.: Seismic design procedure for kinematically stressed piles, *Proc. of 14th int. conf. on soil mech. and found. engrg.*, pp.253-260, 1997.
- 14) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同解説耐震設計, 丸善, 1999.
- 15) 室野剛隆, 西村昭彦: 杭基礎の耐震設計における地盤変位と慣性力の組合せ, 地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, Vol.3, pp.1-8, 1999.
- 16) 杭基礎の耐震問題に関する研究会(杭基礎耐震問題研究会): 地震時の地盤変形が杭の耐震性に及ぼす影響度に関する研究, 2000.
- 17) 田治見宏: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, 第2回日本地震工学シンポジウム, pp.55-60, 1966.
- 18) Nogami, T. and Novak, M.: Resistance of soil to a horizontally vibrating pile, *Int. J. Earthquake Engrg. and Structural Dynamics*, Vol.5, pp.249-261, 1977.
- 19) Veletsos, A. S. and Wei, Y. T.: Lateral and rocking vibration of footings, *Proc. ASCE*, No.97, SM9, pp.1227-1248, 1971.
- 20) 例えば, 西村昭彦: 地盤変位を考慮した構造物の設計, 基礎工, Vol.6, No.7, pp.48-56, 1978.
- 21) 例えば, 土木学会: 動的解析と耐震設計, 第1巻, 技報堂出版, 1989.
- 22) Gazetas, G., Dobry, R.: Horizontal response of piles in layered soils, *J.Geotech. Engrg.*, ASCE, Vol.110, No.6, pp.937-956, 1984.
- 23) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同解説基礎構造物・抗土圧構造物, 丸善, 2000.

(2003.8.27 受付)

EVALUATION OF APPROPRIATE DIAMETER OF PILE FOUNDATIONS AFFECTED BY KINEMATIC INTERACTION

Masato SAITOH

It is known that the bending moment of pile foundations is generated not only by the inertial interaction due to superstructure, but also by the kinematic interaction due to large deformation of soft soil layers. Therefore, it is highly necessary to investigate the characteristic of kinematic pile bending. The present study focuses on the appropriate diameter of pile foundations affected by the kinematic interaction. In this research, the relation between the diameter of pile and its bending strain is evaluated based on theoretical approaches and the seismic deformation method. As a result, the inadequate diameter that maximizes the kinematic pile bending strain is found and its characteristics are investigated.