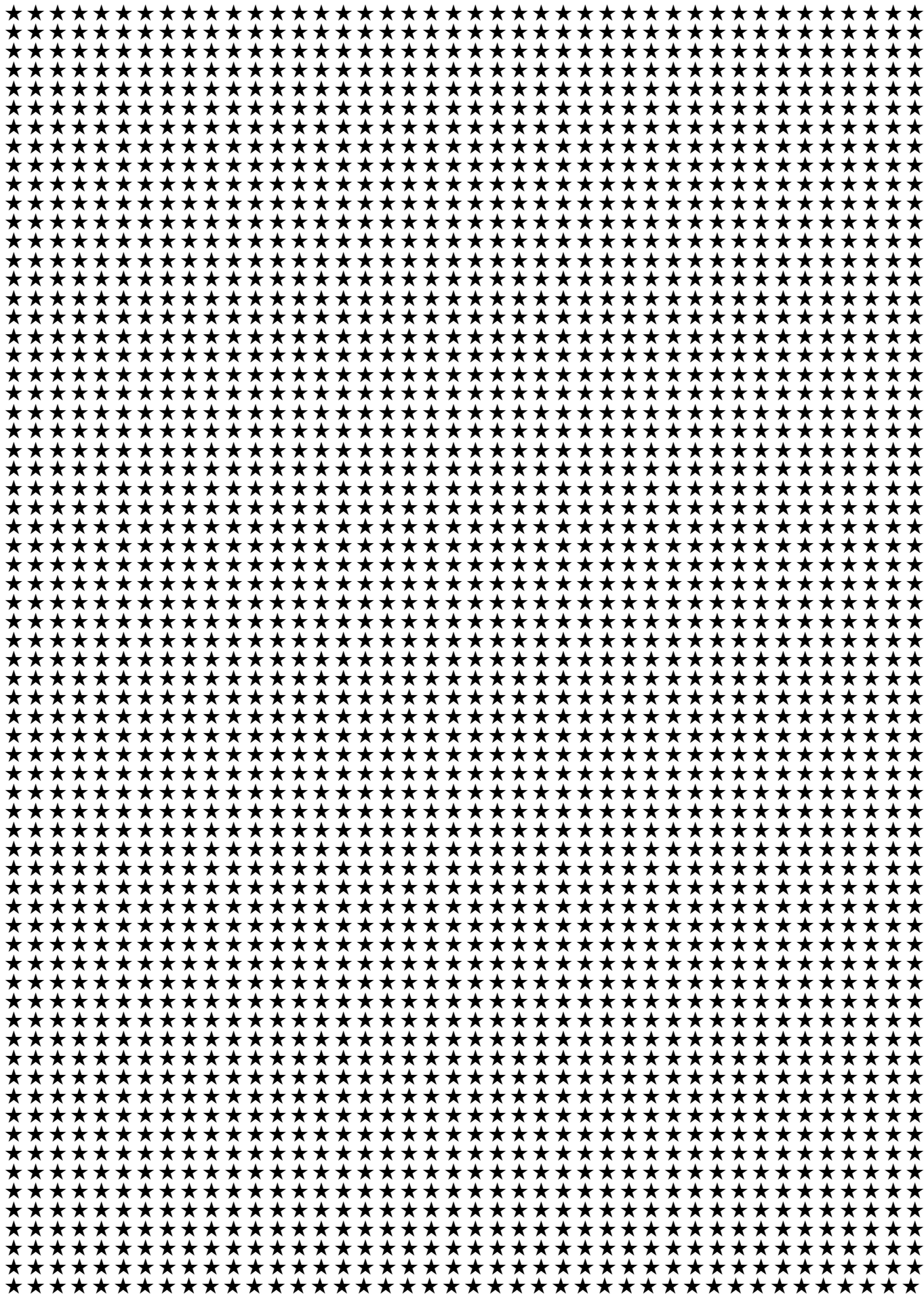


令和4年度
埼玉大学工学部第3年次編入学試験
・ 機械工学・システムデザイン学科
・ 電気電子物理工学科
・ 環境社会デザイン学科

数 学
(問題冊子)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけない。
2. 印刷が不鮮明な場合は申し出ること。
3. 解答は必ず1問につき1枚の答案用紙に記入すること。また、解答が得られた経過がわかるように記入すること。
4. 答案用紙が足りない場合には、答案用紙表面の右下に「裏面に続く」と記載し、裏面を利用すること。
5. 受験番号を全ての答案用紙右上に忘れず記入すること。記入を忘れた場合、あるいは誤った番号を記入した場合には零点となることがあるので注意すること。



問 1 以下の問いに答えよ.

(1) $f(x) = e^{-x}$ を 3 次の項までマクローリン展開せよ.

(2) 以下の極限を求めよ. ただし, $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ とする.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - 1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x}{x}$$

問 2 次の定積分を求めよ.

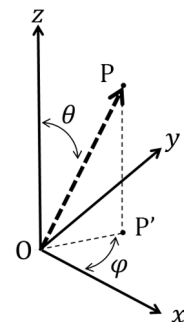
(1)

$$\int_0^{2\pi} (\cos \theta)^2 d\theta$$

(2)

$$\int_0^{\pi} (\sin \theta)^3 d\theta$$

問 3 下図のとおり, 直交座標系において点 P を取り, 原点 O から点 P までの距離を r , \overrightarrow{OP} と z 軸のなす角を θ , \overrightarrow{OP} の xy 平面上への正射影 $\overrightarrow{OP'}$ と x 軸のなす角を φ とする極座標 (r, θ, φ) を用いて, 球 (半径 R) の体積を重積分により求めよ.



問1 次の条件によって定義される数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)について, 以下の問いに答えよ.

$$\begin{aligned}a_1 &= 5 \\a_2 &= 4 \\a_{n+2} &= 3a_{n+1} + 10a_n\end{aligned}$$

(1) ベクトル \mathbf{x}_n を

$$\mathbf{x}_n = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}$$

とすると, $\mathbf{x}_{n+1} = A\mathbf{x}_n$ を満たす2次正方行列 A を求めよ.

(2) 行列 A の固有値及びそれらに対応する固有ベクトルを求めよ.

(3) ベクトル \mathbf{x}_1 を行列 A の固有ベクトルの線型結合で表せ.

(4) 上の結果を利用して数列の一般項 a_n を求めよ.

問2 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

以下の微分方程式を解け.

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} + y = y^2$$

$$(2) \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{2x + y + 4}$$

$$(3) \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 3y = xe^x \quad (\text{ヒント: 解の1つを } y = (ax^2 + bx)e^x \text{ とおく})$$

$$(4) \quad (2x + 4y + 1)dx + (4x + 3y - 1)dy = 0$$

